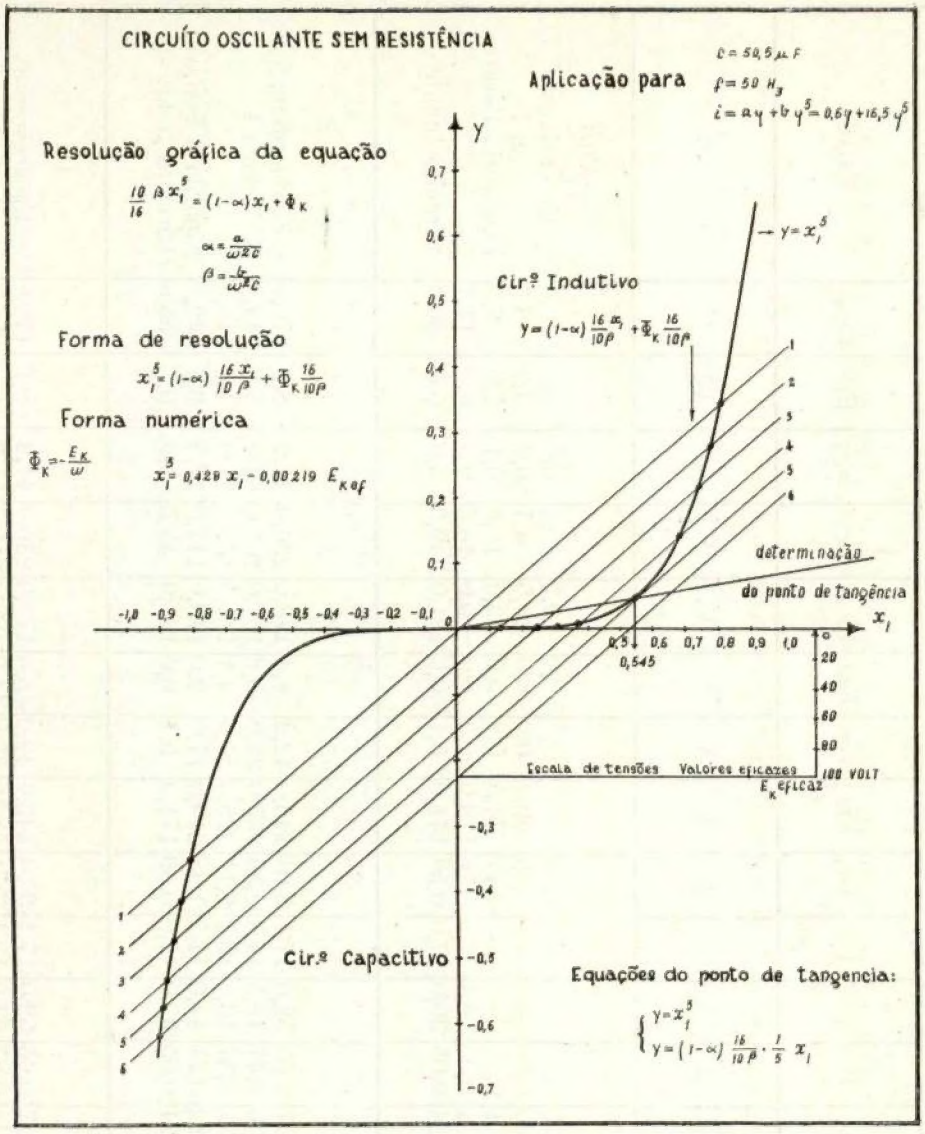


Fig. 16

$$+ (a\,x_3 + b\,{}^5/_3)\ \text{sen}\ 3\,\omega t$$
$$+ (a\,x_5 + b\,{}^5/_5)\ \text{sen}\ 5\,\omega t + \ldots$$

e às expressões de ${}^5/_3$, ${}^5/_3$ conclui-se fàcilmente que as harmónicas se dispõem em relação à fundamental do mesmo modo que no fluxo φ

14) Pelo que se disse segue-se que os desenvolvimentos das funções que interessam o circuito são :

Soluções $(x_1)_1$ $(x_1)_2$ → 1.ª zona crescente e zona decrescente

$$e_k = E_k\ \text{sen}\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\varphi = \Phi_1\ \text{sen}\ \omega t - \Phi_3\ \text{sen}\ 3\,\omega t + \Phi_5\ \text{sen}\ 5\,\omega t + \ldots$$
$$= \Phi_1\ \text{sen}\ \omega t + \Phi_3\ \text{sen}\ (3\,\omega t + \pi) + \Phi_5\ \text{sen}\ 5\,\omega t + \ldots$$

$$i = I_1\ \text{sen}\ \omega t - I_3\ \text{sen}\ 3\,\omega t + I_5\ \text{sen}\ 5\,\omega t + \ldots$$
$$= I_1\ \text{sen}\ \omega t + I_3\ \text{sen}\ (3\,\omega t + \pi) + \Phi_5\ \text{sen}\ 5\,\omega t + \ldots$$

$$e_b = E_{B1}\cos\omega t - E_{B3}\cos 3\,\omega t + E_{B5}\cos 5\,\omega t +$$
$$e_c = E_{C1}\cos(\omega t + \pi) - E_{B3}\cos(3\,\omega t + \pi) + E_{B5}\cos(5\,\omega t + \pi) + \ldots$$

Soluções $(x_1)_3$ 2.ª zona crescente

$$e_k = E_k\ \text{sen}\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

QUADRO N.º 10

Valores teóricos — Aplicação para $R = 0\ \Omega$ $C = 50{,}5\ \mu F$ $f = 50\ H_3$

N.º	$E_{k\,ef}$	Φ'_1	Correc.ão K	Φ_1	$p_{\varphi 3}$	$p_{\varphi 5}$	I_1	I_3	I_5	p_{i3}	p_{i5}	I_{ef}	E_{B1}	E_{B3}	E_{B5}	$E_{B\,ef}$	E_{C1}	E_{C3}	E_{C5}	$E_{C\,ef}$	Estado
—	V	V.S	%	V.S	%	%	A	A	A	%	%	A	V	V	V	V	V	V	V	V	—
																					$(x_1)_1$
1	0,0	0,000	100	0,000	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	—	—	0,00	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	E_k crescente
2	22,8	0,125	»	0,125	0,00	0,00	0,07	0,00	0,00	—	—	0,05	39,2	0,0	0,0	23,5	4,7	0,0	0,0	3,3	com I
3	45,5	0,242	»	0,242	0,09	0,00	0,16	0,01	0,00	—	—	0,11	75,5	0,2	0,0	53,5	10,3	0,1	0,0	7,3	Equilíbrio Estável
4	68,3	0,360	»	0,360	0,16	0,00	0,26	0,02	0,00	9,4	1,9	0,18	113,0	0,5	0,0	80,0	16,6	0,5	0,0	11,7	
5	84,0	0,545	»	0,545	1,00	0,08	0,79	0,24	0,05	30,0	7,0	0,59	171,0	5,1	0,6	121,0	49,5	5,0	0,0	35,0	Circuito Indutivo
																					$(x_1)_2$
1	0,0	0,810	96,2	0,778	5,85	0,69	3,79	1,97	0,65	52,0	17,1	3,04	245,0	42,9	8,4	173,0	236,0	41,2	8,1	170,0	E_k decrescente
2	22,8	0,775	97,0	0,750	4,70	0,52	3,22	1,56	0,47	48,5	14,6	2,54	235,0	33,2	5,8	167,0	201,0	32,5	5,9	144,0	com I
3	45,5	0,740	97,4	0,720	3,85	0,40	2,80	1,29	0,37	46,0	13,2	2,15	225,0	27,5	4,1	161,0	169,0	27,0	4,6	118,0	
4	68,3	0,680	98,0	0,666	2,66	0,27	1,87	0,82	0,21	44,0	11,2	1,38	210,0	17,1	2,0	149,0	117,0	17,3	2,8	82,0	Equilíbrio Instável
5	84,0	0,545	100,0	0,545	1,00	0,08	0,79	0,24	0,05	30,0	7,0	0,59	171,0	5,1	0,6	121,0	49,5	5,0	0,7	35,0	Circuito Indutivo
																					$(x_1)_3$
1	0,0	0,810	96,2	0,778	5,85	0,69	3,79	1,97	0,65	52,0	17,1	3,04	245,0	42,9	8,4	173,0	236,0	41,2	8,1	170,0	E_k crescente
2	22,8	0,840	96,0	0,805	7,00	0,89	4,53	2,48	0,87	54,6	19,1	3,71	253,0	53,0	11,2	182,0	283,0	51,8	10,9	206,0	com I
3	45,5	0,860	95,8	0,824	8,00	1,08	5,11	2,83	1,07	55,5	20,8	4,20	259,0	62,0	14,0	187,0	320,0	59,4	13,5	233,0	
4	68,3	0,880	95,3	0,838	8,90	1,24	5,66	3,20	1,28	56,5	22,6	4,66	263,0	70,5	16,3	190,0	354,0	68,5	16,2	260,0	Equilíbrio Estável
5	84,0	0,893	94,7	0,846	9,30	1,37	5,94	3,42	1,42	57,5	23,9	4,92	266,0	74,0	18,4	193,0	383,0	77,0	18,1	272,0	
6	102,2	0,910	93,8	0,855	9,95	1,50	6,36	3,79	1,39	59,5	25,0	5,35	269,0	81,0	20,3	196,0	400,0	83,5	19,8	290,0	Circuito Capacitivo

$$\varphi = \Phi_1 \text{ sen } (\omega t + \pi) + \Phi_3 \text{ sen } 3\omega t + \Phi \text{ sen } (5\omega t + \pi) + \ldots$$

$$i = I_1 \text{ sen } (\omega t + \pi) + I_3 \text{ sen } 3\omega t + I_5 \text{ sen } (5\omega t + \pi) + \ldots$$

$$e_b = E_{B1} \cos (\omega t + \pi) + E_{B3} \cos 3\omega t + E_{B5} \cos (5\omega t + \pi)$$

$$e_c = E_{C1} \cos \omega t + E_{C3} \cos (3\omega t + \pi) + E_{C5} \cos (5\omega t)$$

Nota: no quadro de valores representou-se:

$$|x'_1| = \Phi'_1$$

$$|x_1| = \Phi_1$$

Verificação da teoria exposta

Temos dois aspectos a verificar:

1) Verificação da exactidão das soluções.

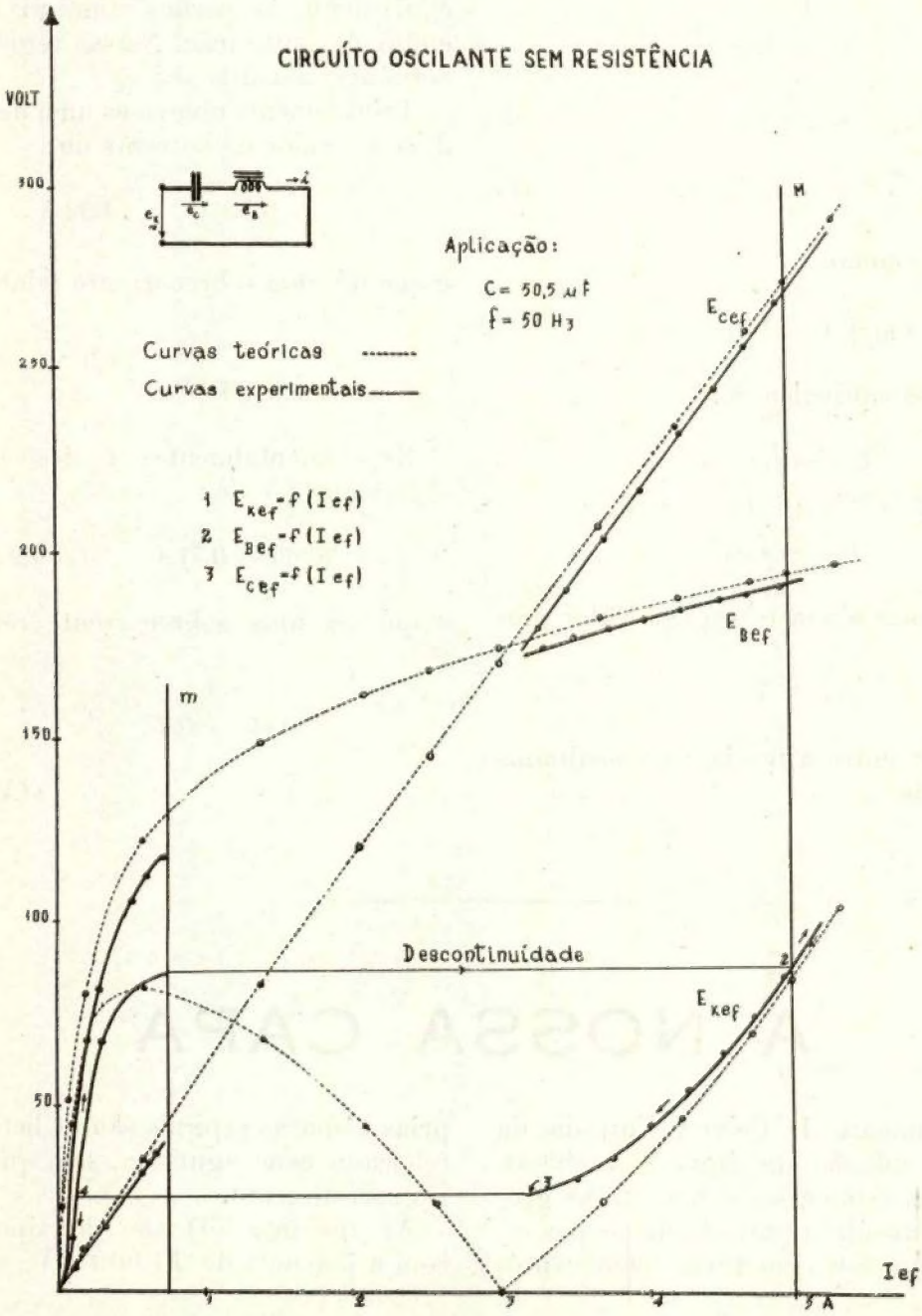


Fig. 17

Verifica-se imediatamente do quadro de valores que as simplificações feitas são legítimas pois que dentro da precisão do método gráfico e da régua de cálculo se verificam as relações.

$$a) \qquad p\,\varphi_n = \frac{1}{n^2}\,\frac{E_{CI}}{E_{BI}}\sqrt{1+n^2\,\varepsilon^2}\;p_{in} \qquad (16)$$

que neste caso toma a forma

$$p_{\varphi n} = \frac{1}{n^2}\,\frac{E_{CI}}{E_{BI}}\;p_{in}$$

$$b) \qquad \overline{E_{BI}} + \overline{E_{CI}} + \overline{E_{RI}} = \overline{E_k} \qquad (6)$$

$$\overline{E_{Bn}} + \overline{E_{Cn}} + \overline{E_{Rn}} = 0 \qquad (7)$$

Neste caso como

$$\overline{E_{RI}} = 0 \qquad \overline{E_{Rn}} = 0$$

estas relações equivalem a:

$$|\,E_{BI} - E_{CI}\,| =$$
$$= E_k < > |\,E_{B\,ef} - E_{C\,ef}\,| = E_{k\,ef}$$
$$E_{Bn} = E_{Cn}$$

c) Verifica-se ainda o pequeno valor previsto para

$$|\,p_3\,| = p\,\varphi_3$$

2) Acordo entre a teoria e os resultados experimentais.

Na figura (17) representam-se gràficamente as curvas teóricas e experimentais.

Nota-se uma boa concordância excepção feita para a parte inicial da 2.ª região crescente onde na prática não se consegue ir até $E_k = 0$.

O facto explica-se pela existência de perdas no ferro que equivalem a uma resistência, facto este que desprezamos na teoria feita.

Para correntes elevadas a resistência equivalente às perdas diminui devido ao efeito da saturação. Nessas regiões a concordância acentua-se:

Teòricamente obteve-se uma descontinuidade no valor da corrente de:

$$0{,}59\ A \;\rightarrow\; 4{,}92\ A$$

o que dá uma sobrecorrente relativa de:

$$\frac{4{,}92}{0{,}59} = 8{,}3$$

Experimentalmente a descontinuidade observada foi de:

$$(0{,}65 - 0{,}7)\ A \;\rightarrow\; 4{,}9\ A$$

o que dá uma sobrecorrente relativa de:

$$\frac{4{,}9}{0{,}65 \rightarrow 0{,}7} = 7{,}5 - 7$$

(Continua)

A NOSSA CAPA

Aproveitamento de Belver. Entrada da conduta de adução da água às turbinas. Na da direita estão a ser colocadas as grelhas para impedir a entrada de corpos estranhos. Tanto estas condutas como as próprias câmaras espirais são de betão armado rebocado com «gunite», sem qualquer outro revestimento.

As turbinas (4) são do tipo Kaplan, com a potência de 11.000 CV, cada uma.

Estudo estático da obtenção de ácido fosfórico por via húmida

PELO ENG.º QUÍMICO-INDUSTRIAL LUÍS A. DE ALMEIDA ALVES
(Assistente do I. S. T.)

(Continuação)

C. D. 661.6

Quadro XXXVI

($x = 0,5$)

m_i	m_1	γ_1	m_2	γ_2	$\frac{\gamma_1^3}{\gamma_2^2}$	β
15	6	0,325	6	2,36	0,0061	0,00365
20	8	0,493	8	3,5	0,0098	0,00648
25	10	0,66	10	4,89	0,012	0,00852
30	12	0,90	12	6,69	0,0153	0,0124
35	14	1,14	14	9,	0,0183	0,0142

Quadro XXXVII

($x = 0,6$)

m_i	m_1	γ_1	m_2	γ_2	$\frac{\gamma_1^3}{\gamma_2^2}$	β
15	4,67	0,227	7,02	2,86	0,0014	0,000837
20	6,15	0,339	9,24	4,2	0,0022	0,001455
25	7,69	0,467	11,53	6,31	0,00256	0,00182
30	9,31	0,602	14	8,99	0,0027	0,00202
35	10,8	0,756	16,2	12,01	0,003	0,00232

Quadro XXXVIII

($x = 0,7$)

m_i	m_1	γ_1	m_2	γ_2	$\frac{\gamma_1^3}{\gamma_2^2}$	β
15	3,38	0,178	7,85	3,5	0,0005	0,00029
20	4,44	0,22	10,38	4,9	0,0004	0,000245
25	5,56	0,289	12,94	7,85	0,00039	0,000277
30	6,74	0,387	15,7	11,3	0,000453	0,000339
35	7,8	0,476	18,2	15,1	0,000474	0,000367

Quadro XXXIX

(x = 0,8)

m_i	m_1	γ_1	m_2	γ_2	$\frac{\gamma_1^3}{\gamma_2^2}$	β
15	2,17	0,149	8,7	4,2	0,00018	0,000108
20	2,86	0,163	11,42	6,7	0,00009	0,0000596
25	3,57	0,187	14,3	9,44	0,000073	0,0000518
30	4,33	0,216	17,33	13,79	0,0000532	0,0000398
35	5,01	0,242	20,1	18,14	0,0000431	0,0000334

Quadro XL

(x = 0,9)

m_i	m_1	γ_1	m_2	γ_2	$\frac{\gamma_1^3}{\gamma_2^2}$	β
15	1,049	0,150	9,43	4,45	0,00017	0,000102
20	1,38	0,149	12,42	7,22	0,00006	0,0000397
25	1,72	0,148	15,5	11,08	0,0000264	0,0000187
30	2,09	0,149	18,8	16,12	0,0000127	0,0000095
35	2,42	0,155	21,8	21,1	0,0000084	0,0000065

Quadro XLI

(x = 1)

m_i	m_1	γ_1	m_2	γ_2	$\frac{\gamma_1^3}{\gamma_2^2}$	β
15	0	1	10,12	5,01	0,0231	0,0138
20	0	1	13,33	8,29	0,0145	0,0096
25	0	1	16,68	12,62	0,00625	0,00444
30	0	1	20,2	18,32	0,00298	0,00223
35	0	1	23,4	24,1	0,00172	0,00133

As curvas correspondentes a estes quadros estão indicadas na fig. 8.

CAPÍTULO III

VERIFICAÇÕES EXPERIMENTAIS

a) *Considerações gerais*

A verificação das conclusões teóricas estabelecidas, apresenta uma dificuldade, que consiste em ser necessário empregar nos ensaios que se efectuam fosforite e não fosfato tricálcico puro, de que não nos foi possível dispor. Aliás, esta dificuldade não é muito grave desde que se interpretem convenientemente os resultados.

A fosforite utilizada apresenta as características que a seguir se indicam:

Análise Granulométrica

(malhas Tyler)

Acima de 48	0,8 %
Entre 48 e 65	8,4 %
Entre 64 e 80	11,0 %
Entre 80 e 100	15,2 %
Entre 100 e 150	16,4 %
Entre 150 e 200	18,8 %
Abaixo de 200	29,4 %
	100,0 %

Análise Química

$(PO^4)^2Ca^3$	72,54 %
F^2Ca	6,62 %
Cl^2Ca	0,09 %
CO^3Ca	7,70 %
$O^3Al^2 + O^3Fe^2$ (1) . . .	0,81 %
Inatacável (por diferença)	12,24 %
	100,00 %

As reacções a considerar são:

$$3SO^4H^2 + (PO^4)^2Ca^3 + 3bOH^2 \rightarrow 3SO^4Ca.bOH^2 + 2PO^4H^3$$
$$SO^4H^2 + F^2Ca + bOH^2 \rightarrow SO^4Ca.bOH^2 + 2FH$$
$$SO^4H^2 + Cl^2Ca + bOH^2 \rightarrow SO^4Ca.bOH^2 + 2ClH$$
$$SO^4H^2 + CO^3Ca + bOH^2 \rightarrow SO^4Ca.bOH^2 + CO^2 + OH^2$$

A partir destas reacções determina-se a massa de SO^4H^2 necessária por 100 gramas de fosforite; será

$$M_{SO^4H^2} = 72,45 \cdot \frac{294}{310} + 6,62 \cdot \frac{98}{78} + 0,09 \cdot \frac{98}{111} +$$
$$+ 7,7 \cdot \frac{98}{100} = 69 + 8,35 + 0,08 + 7,55 =$$
$$= 84,98 \sim 85 \text{ gramas}$$

Para as diferentes concentrações iniciais de ácido sulfúrico as massas $M_{SO^4H^2}$ a utilizar por 100 gr de fosforite são as indicadas no quadro XLII.

(1) Rigorosamente, o ferro e o alumínio encontram-se sob a forma de fosfatos. No entanto, é costume, nas análises correntes, exprimir todo o P^2O^5 sob a forma de $(PO^4)^2Ca^3$. Por este motivo, o ácido sulfúrico necessário para todos os fosfatos é calculado a partir do fosfato tricálcico.

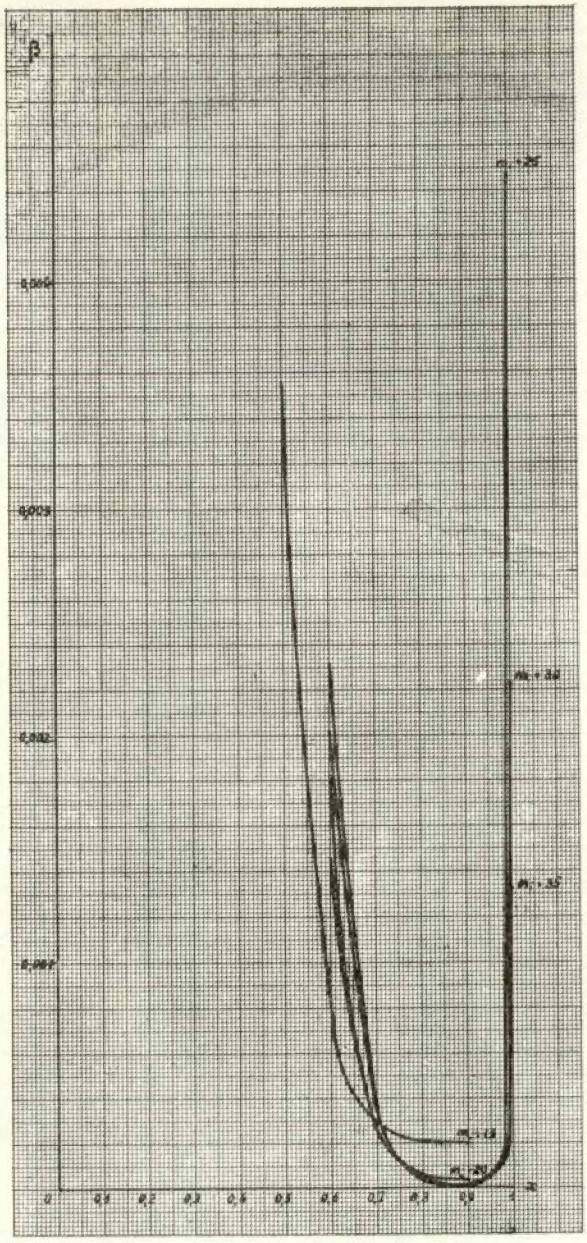


Fig. 8

Quadro XLII

m_i	y	$M'_{SO^4H^2}$
1	0,089	955
2	0,164	519
3	0,227	373
4	0,281	302
5	0,329	258
7,5	0,424	200
10	0,494	172
15	0,598	142
20	0,662	128
25	0,71	120
30	0,748	114
35	0,775	110

A composição final do líquido vai ser influenciada por 3 factores:

1) Absorpção de água para a formação de hidratos de sulfato de cálcio, nas reacções secundárias.
2) Formação de água devido à reacção sobre o carbonato de cálcio.
3) Possibilidade de existência de FH, ClH e CO^2 em solução.

Admitindo que as reacções secundárias são completas (o que é pràticamente verdadeiro), a quantidade de água absorvida nestas reacções é

$$M^V = \frac{18bM_i'''y}{98}$$

sendo M_i''' a massa de ácido sulfúrico utilizada nas reacções secundárias; como a massa de água existente nesse ácido sulfúrico é $M_i'''(1-y)$, a massa de água que resta é

$$M'_{OH^2} = M_i'''\left(1-y-\frac{18by}{98}\right) =$$
$$= M_i'''\,[1-(1+0{,}184b)y] \qquad (19)$$

Por outro lado, a massa de água formada no ataque do CO^3Ca é

$$M''_{OH^2} = \frac{18}{98} \times M_i^{IV}\, y = 0{,}184\, M_i^{IV}\, y \qquad (20)$$

sendo M_i^{IV} a massa de ácido sulfúrico correspondente.

Mas,

$$M_i''' = \left(\frac{8{,}35+0{,}08+7{,}55}{85}\right) M_i^V = 0{,}188\, M_i^V \qquad (21)$$

e

$$M_i^{IV} = \frac{7{,}55}{85}\, M_i^V = 0{,}0889\, M_i^V \qquad (22)$$

sendo M_i^V a massa total de ácido sulfúrico empregado.

Mas,

$$M_i^V = \frac{85}{69} \cdot M_i = 1{,}23\, M_i \quad . \; . \; . \; (23)$$

sendo M_i, como já vimos, a massa de ácido sulfúrico correspondente à formação de ácido fosfórico.

Substituindo (23) em (21) e (22), utilizando os valores achados em (19) e (20) e somando M'_{OH^2} e M''_{OH^2}, obtém-se

$$M'''_{OH^2} = M_i\left[0{,}231 - (0{,}21 + 0{,}0425\, b)\, y\right] \qquad (24)$$

A quantidade total $M^{IV}_{OH^2}$ de água formada obter-se-á somando (18) e (14):

$$M^{IV}_{OH^2} = M_i\left\{\frac{2\,(1-y) + [1-(1+0{,}552b)\,y]\,x}{2+x} + \right.$$
$$\left. + [0{,}231 - (0{,}21 + 0{,}0425\, b)\, y]\right\}$$

Fazendo

$$\psi = \frac{M_{OH^2}}{M^{IV}_{OH^2}}\,, \quad . \; . \; . \; . \; (26)$$

as molalidades que realmente se obtêm são

$$m'_1 = \psi\, m_1 \quad . \; . \; . \; . \; . \; (27)$$
$$m'_2 = \psi\, m_2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; (28)$$

Em face destes resultados seria necessário repetir todos os cálculos feitos, o que não vale a pena visto que, como o andamento das curvas já é conhecido, basta fazer a correcção na zona que interessar a cada uma das verificações.

b) *Ensaios Laboratoriais*

1) *Generalidades*

A conversão obtida para cada valor de m_i pode ser determinada pela intersecção da curva φ (x) com a curva representativa do segundo membro da equação de equilíbrio, o que exige, em primeiro lugar, o cálculo da constante de equilíbrio K''; para isso, é necessário efectuar o ataque em condições tais que o ponto mais baixo da curva do segundo membro não seja atingido. Ter-se-á, portanto, de começar pelo estudo das condições de ataque.

2) *Condições de ataque*

I — *Formação de gesso*

Utilizaram-se soluções de ácido sulfúrico puro com molalidades iniciais m_i de valores, 1, 4, 5 e 10. O último ensaio teve de ser inutilizado e repetido depois, em condições especiais, porque a quantidade de gesso formada era muito grande e retinha o líquido existente, constituindo uma massa solidificada. Os valores dos três primeiros ensaios estão reunidos no quadro XLIII, em que se indicam as concentrações dos dois ácidos no fim de algum tempo de reacção.

Quadro XLIII

m_i	Concentrações	
	SO^4H^2	PO^4H^3
1	4,2 gr/litro	40,7 gr/litro
4	7,6 gr/litro	202 gr/litro
5	19,3 gr/litro	292 gr/litro

Para determinar o valor da conversão x recorre-se à proporcionalidade entre a molalidade m e a concentração c; atendendo a que as massas moleculares dos dois ácidos são iguais, ter-se-á

$$\frac{x}{1-x} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{c_2}{c_1},$$

ou

$$x = \frac{\frac{c_2}{c_1}}{1 + \frac{c_2}{c_1}}$$

Os resultados estão reunidos no quadro XLIV.

Quadro XLIV

m_i	x
1	0,915
4	0,965
5	0,936

Por este quadro verifica-se que em qualquer dos casos se excedeu o mínimo da curva.

Para realizar a experiência, a partir de $m_i = 10$, terá de se iniciar a reacção não em $x = 0$ mas num valor intermédio de x, o que se consegue com uma mistura de ácido sulfúrico e fosfórico.

Seja M_i^{IV} a massa utilizada de ácido fosfórico com uma fracção z de PO^4H^3; a sua mistura com M_i de ácido sulfúrico com uma fracção y' de SO^4H^2, corresponde às seguintes condições:

$$m_1 = \frac{10{,}2\,y'}{(1-y') + (1-z)\alpha} \quad . \; . \; . \quad (28)$$

$$m_2 = \frac{10{,}2\,\alpha z}{(1-y') + (1-z)\alpha} \quad . \; . \; . \quad (29)$$

sendo α a relação $\alpha = \frac{M_i^{VI}}{M_i}$

Destas relações conclui-se

$$\alpha z = y' \frac{m_2}{m_1} = y' \frac{x}{1-x} \quad . \; . \quad (30)$$

Combinando (28) e (30), ter-se-á

$$z = \frac{m_2 y'}{(10{,}2 + m_1 + m_2)\,y' - m_1} \quad (31)$$

Se se pretender partir de $x = 0{,}6$, ter-se-á, pelo quadro XIII, $m_1 = 4{,}06$ e $m_2 = 6{,}1$; por outro lado, partindo de ácido sulfúrico a 60° Bé (78 %), ter-se-á

$$z = \frac{6{,}1 \times 0{,}78}{20{,}36 \times 0{,}78 - 4{,}06} = 0{,}403$$

$$\alpha = 2{,}9$$

Portanto, para 100 gr de fosforite ter-se-á uma massa de $\frac{85}{0{,}78} = 109$ gr de ácido sulfúrico a 78 % e $2{,}9 \times 109 = 316$ gr de ácido fosfórico a 40,3 %.

Os resultados obtidos foram

SO^4H^2	5 gr/litro
PO^4H^3	620 gr/litro

Portanto,

$$x = 0{,}993$$

Verifica-se, portanto, que no caso da formação de gesso se ultrapassa o mínimo das curvas (nas condições normais de trabalho).

Calculemos ainda as molalidades obtidas e façamos a verificação experimental.

As molalidades obtidas teòricamente, calculadas a partir das expressões gerais de m_1 e m_2 e para os valores de x do quadro XLIV são as que se indicam no quadro XLV:

Quadro XLV

m_i	x	m_1	m_2
1	0,915	0,0602	0,648
4	0,965	0,108	2,98
5	0,936	0,262	3,82
10	0,993	0,072	10,25

As molalidades obtidas têm de ser corrigidas introduzindo o factor ψ, obtendo-se os valores m'_1 e m'_2 do quadro XLVI:

Quadro XLVI

m_i	ψ	m'_1	m'_2
1	0,81	0,0488	0,525
4	0,825	0,089	2,46
5	0,805	0,211	3,08
10	0,97	0,07	9,95

No caso de $m_i = 10$ o coeficiente ψ é determinado a partir do ácido sulfúrico a 60° Bé, ou $y' = 0{,}78$. Sendo assim, vem

$$M'''_{OH^2} = M_i\,[0{,}231 - (0{,}21 + 0{,}0425\,b)\,y'] = \\ = 0{,}051\,M_i$$

A quantidade de água existente no início de reacção será

$$M^V_{OH^2} = M_i\,[(1 - y') + \alpha\,(1 - z)] = 1{,}95\,M_i$$

Fazendo o cálculo para $x = 0{,}6$ a partir da expressão (18) e representando por $(M_i)_o$ a massa de ácido correspondente com a molalidade $m_i = 10$, vem,

$$M_{OH^2} = \frac{(M_i)_o\left\{2\,(1 - y) + [1 - (1 + 0{,}552\,b)\,y]\,x\right\}}{2 + x} = \\ = 0{,}38\,(M_i)_o$$

Igualando $M^V_{OH^2}$ e M_{OH^2}, vem

$$(M_i)_o = 5{,}13\,M_i$$

Para $x = 0{,}993$, vem

$$M_{OH^2} = 0{,}325\,(M_i)_o = 1{,}67\,M_i$$

Finalmente

$$\psi = \frac{1{,}67}{1{,}67 + 0{,}051} = 0{,}97$$

Para fazer a determinação directa das molalidades, vamos admitir que, em solução, existem sòmente os dois ácidos e que, portanto a diferença entre a massa total e a massa dos ácidos é igual à massa de água. O cálculo exige o conhecimento da densidade da mistura; para não ter de a determinar, pode utilizar-se, sem grande erro, a média pesada das densidades das soluções de ácido sulfúrico e de ácido fosfórico para a mesma concentração total c.

Representando as concentrações e as densidades dos dois ácidos respectivamente por c_1, c_2 e d_1 e d_2, ter-se-ão os valores indicados no quadro XLVII:

Quadro XLVII

m_i	c_1	c_2	c	d_1	d_2	d
1	4,2 gr/l	40,7 gr/l	44,9 gr/l	1,062	1,050	1,052
4	7,6 gr/l	202 gr/l	209,6 gr/l	1,129	1,107	1,109
5	19,3 gr/l	292 gr/l	311,3 gr/l	1,188	1,158	1,160
10	5 gr/l	620 gr/l	625 gr/l	1,357	1,314	1,313

BATERIAS Tudor E Chloride

PARA:

CENTRAIS ELÉCTRICAS — SUBESTAÇÕES
ILUMINAÇÃO — TRACÇÃO, ETC. ETC.

PLACAS DE CHUMBO DE TIPOS ESPECIAIS:

POSITIVAS

"GRANDE SUPERFÍCIE" — PLANTÉ — para baterias estacionárias
"TUBULARES" — COURAÇADAS — para tracção

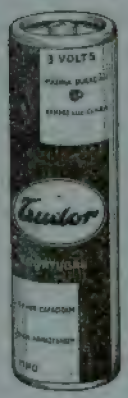
NEGATIVAS

DE CÉLULAS

FABRICADAS COM AS MELHORES MATÉRIAS PRIMAS E PELOS PROCESSOS DA TÉCNICA MAIS MODERNA E EFICIENTE

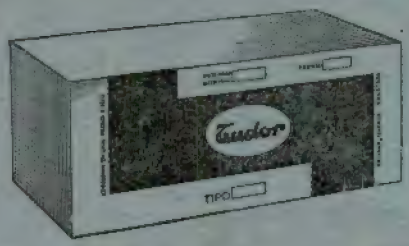
- PARA TODAS AS CAPACIDADES
- MAIOR RENDIMENTO E MAIOR DURAÇÃO

PILHAS SECAS Tudor



PARA:

LANTERNAS — CAMPAÍNHAS — APARELHAGEM MEDICINAL
RÁDIO-RECEPTORES — TELEFONES — TELÉGRAFOS
APARELHOS DE SURDEZ — ETC.



TODAS AS PILHAS DE **TODAS** AS MARCAS
SE DESCARREGAM COM O TEMPO
COMPRAR PILHAS SECAS **TUDOR** É COMPRAR
PILHAS **RECEM-FABRICADAS**

15 ANOS DE FABRICAÇÃO EM PORTUGAL

SOCIEDADE PORTUGUESA DO ACUMULADOR TUDOR

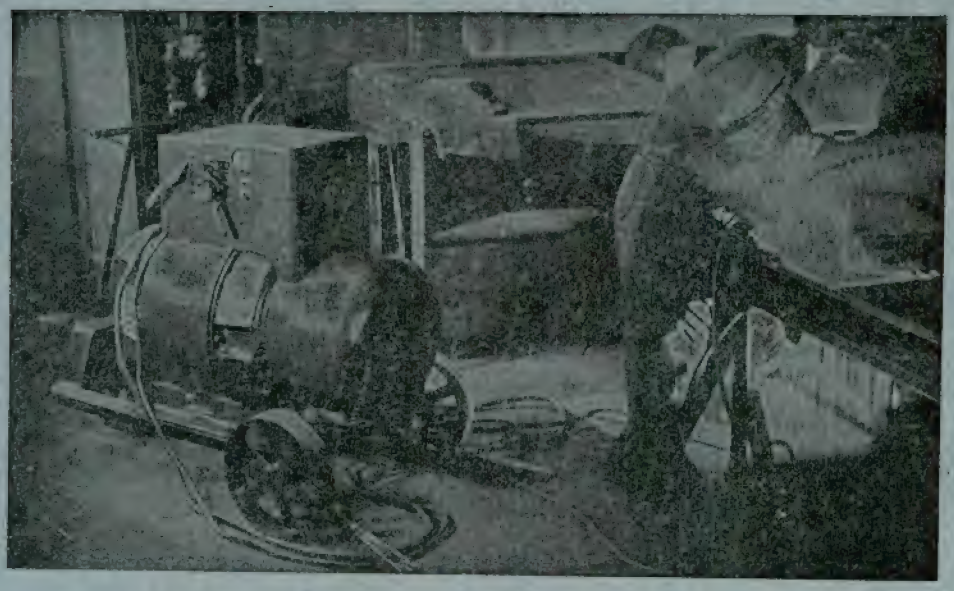
FÁBRICAS:
Rua Policarpo dos Anjos, 62
DAFUNDO
TELEF. ALGÉS 22

ADMINISTRAÇÃO E ESCRITÓRIOS:
Av. Fontes Pereira de Melo, 12
LISBOA
TELEF. P. B. X. 51947
TELEG. TUDOR-LISBOA

OFICINAS E VENDAS:
Rua do Alecrim, 99 - Telef. 20823
Av. Almirante Reis, 68 - Telef. 51948
LISBOA

GENERAL ELECTRIC

SCHENECTADY, N. Y



Instalação de soldadura eléctrica com grupo rotativo

Motores e dinamos. Alternadores. Transformadores. Aparelhos para alta e baixa tensão Centrais termo e hidroeléctricas. Instalações para melhorar o factor potência. Tracção eléctrica. Máquinas, Transformadores e Electrodos para soldadura eléctrica. Fornos eléctricos. Automotoras eléctricas e Diesel-Eléctricas. Turbinas de vapor. Aparelhos de iluminação. Instrumentos de medida. Condutores eléctricos. Electrificação de fábricas. Comandos eléctricos especiais para fábricas téxteis, fábricas de papel, etc. Máquinas frigoríficas. Emissores e receptores para T. S. F. Aparelhagem de Electro-Medicina. Instalações de Som.

GENERAL ELECTRIC

Portuguesa, S. A. R. L.

LISBOA
Rua do Norte, 5

Telef. 28135-28136

A massa de água por litro de solução será

$$M_{OH^2} = 1000\ d - c$$

Portanto, as molalidades serão

$$m'_1 = \frac{10{,}2\ c_1}{(1000\ d - c)}$$

$$m'_2 = \frac{10{,}2\ c_2}{(1000\ d - c)}$$

Os valores de m'_1 e m'_2 estão indicados no quadro XLVIII

Quadro XLVIII

m_i	m_{OH^2}	m'_1	m'_2
1	962,1	0,0445	0,432
4	899,4	0,084	2,39
5	848,7	0,232	3,51
10	688	0,074	9,2

Os resultados experimentais concordam com os valores teóricos, sendo as diferenças justificáveis pelos erros de análise e pelas substâncias dissolvidas [1].

II — *Formação de Hemi-Hidrato*

Neste caso, só convém partir de molalidades iniciais que deem valores de β inferiores aos que correspondem à formação de gesso; por exemplo, $m_i = 25$.

Atendendo à elevada concentração, convém partir de uma conversão diferente de zero. Voltando a utilizar $x = 0{,}6$ e $y = 0{,}78$, ter-se-á pelo quadro XXV, $m_1 = 9{,}05$ e $m_2 = 13{,}6$; portanto

$$z = \frac{13{,}6 \times 0{,}78}{32{,}85 \times 0{,}78 - 9{,}05} = 0{,}641$$

$$\alpha = 1{,}83$$

Parte-se de 100 gr de fosforite, 109 gr de ácido sulfúrico e $1{,}83 \times 109 = 199{,}5$ gr de ácido fosfórico a 64,1 %.

Os resultados da análise foram:

SO^4H^2 . . . . . 10,8 gr/litro
PO^4H^3 . . . . . 947 gr/litro

[1] A determinação da importância dos erros analíticos está fora do objectivo deste trabalho.

Portanto,

$$x = 0{,}988$$

Este valor está situado à direita do mínimo e, portanto, não permite determinar a constante de equilíbrio.

c) *Conclusões finais*

A experiência feita com ácido sulfúrico de molalidade $m_i = 25$ [1], mostra que nas condições usuais de trabalho se ultrapassa sempre o ponto mínimo da curva, o que significa que a reacção é pràticamente completa. Esta conclusão parece estar em desacordo com as conversões obtidas para ácido sulfúrico de molalidades mais baixas. Na realidade, assim não acontece, porque as amostras foram tiradas no fim de um período de tempo insuficiente para a reacção ser completa.

A parte final da reacção é dificultada por dois factores de ordem diferente:

1) No caso das soluções muito diluídas ($m_i = 1$), pela lentidão da reacção que tem de ser feita a quente (60 a 70° C) e com agitação intensa.

2) No caso das soluções mais concentradas ($m_i = 4$ e $m_i = 5$), a viscosidade do ácido fosfórico obtido dificulta enormemente a difusão através da massa de gesso.

Foi por estas razões que a conversão para $m_i = 1$ foi pequena (por falta de ataque) e a correspondente a $m_i = 10$ e a $m_i = 25$ foi muito elevada (por se ter facilitado a difusão, reduzindo a quantidade de gesso).

No entanto, para ter uma comprovação destes factos aumentou-se o tempo de ataque das soluções mais diluídas, com agitação mais intensa tendo-se obtido conversões pràticamente completas.

O problema da obtenção de ácido fosfórico por via húmida, não apresenta, portanto, nenhuma dificuldade sob o ponto de vista de equilíbrio, sendo condicionado pelo tempo de ataque e pela viscosidade do líquido em circulação. No entanto, estes dois problemas são independentes do estudo que foi feito.

[1] A experiência foi feita, também, para $m_i = 30$, tendo-se obtido resultados semelhantes. Não se transcrevem, no entanto, por não terem interesse.

A Mecânica do Solo e as suas aplicações

PELO ENG.º CIVIL (U. P.) MANUEL PIMENTEL PEREIRA DOS SANTOS
Antigo Assistente da Faculdade de Ciências do Porto
Director do Laboratório de Ensaios de Materiais e Mecânica do Solo

(Continuação)

C. D. 624.131

CAPÍTULO IX

Fundações

1 — Fundações profundas e superficiais

Distinguiremos no que se segue entre as fundações em que a carga é transmitida às camadas superiores do solo, e aquelas em que, pelo contrário, é transferida para camadas profundas ou absorvida por atrito em superfícies verticais. Geralmente, só se consideram fundações superficiais aquelas em que a profundidade é igual ou inferior à sua largura. São estas as mais completamente estudadas dentro da Mecânica do Solo.

Quando o solo não apresenta as necessárias características de resistência que lhe permitam suportar as cargas transmitidas pelas estruturas, quatro métodos diferentes podem ser encarados para solucionar tal estado de coisas.

Assim é possível remover o solo que não satisfaça, substituindo-o por material mais resistente. É o caso já citado da construção de aterros de estradas em terrenos pantanosos, em que a substituição se faz pelo próprio peso do material a colocar, sob a acção de explosivos. Na construção de muros de cais muitas vezes se procede à substituição por dragagem prévia do lodo ou argila muita branda.

Outro processo consiste em degradar a carga por meio de sapatas de dimensões suficientes ou por estacas flutuantes, de forma a que as pressões desenvolvidas no solo não conduzam a condições desfavoráveis sob o ponto de vista de resistência ou de assentamento.

Mas pode também agir-se de maneira diversa, actuando sobre as propriedades do solo de maneira a que este suporte sem perigo maiores cargas. Pode conseguir-se isso por vários meios: baixando o nível freático, compactando, endurecendo artificialmente ou ainda, no caso das argilas, por meio de reacções químicas. Muitas vezes regula-se o ritmo da construção (sobretudo em aterros) de forma a dar tempo a que o solo se vá consolidando naturalmente.

Finalmente, o quarto método consiste na transmissão das cargas às camadas inferiores, quer por estacas carregadas de ponta ou poço, quer por meio de escavações profundas.

Começaremos pelo estudo das fundações superficiais.

2 — Distribuição de esforços no solo

É sabido que no projecto duma fundação é necessário assegurar por um lado a segurança perfeita ao esforço de corte, para evitar uma rotura por escoamento plástico do solo, e por outro ter em devida conta a grandeza dos prováveis assentamentos devido à consolidação.

Por isso se recorre a diversos processos de conhecimento do solo, que vão desde a simples comparação com o comportamento de fundações análogas e com largura semelhante ou uma inspecção visual em trincheiras e escavações (caso de construção de estradas ou caminhos de ferro) até à completa caracterização das propriedades do material em estudo pelos meios já estudados da Mecânica do Solo, e a ensaios de carga realizados em condições convenientes.

O conhecimento da distribuição de esforços no solo sob uma estrutura é problema que já foi abordado com pormenor no Cap. IV.

Recordemos e completemos algumas expressões a aplicar na prática.

No caso de carga concentrada, a fórmula de Boussinesq (79) referente à fig. 78 dá para esforço vertical no ponto A

$$\sigma_z = \frac{3\,P}{2\pi}\,\frac{z^3}{R^5} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (79)$$

que para as aplicações é cómodo pôr sob a forma

$$\sigma_z = \frac{K\,P}{z^2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (141)$$

sendo

$$K = f\left(\frac{r}{z}\right) \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (142)$$

dado pelo gráfico da fig. 131.

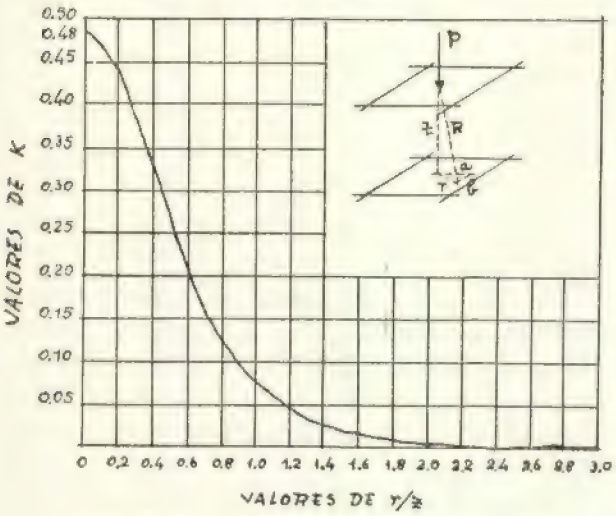


Fig. 131

(Reynolds e Protopapadakis [53] pág. 422

No caso de várias cargas concentradas, adicionam-se os esforços produzidos por cada uma delas no ponto em estudo. Para cargas uniformemente distribuídas procede-se dividindo a área total como concentrada.

No caso duma área circular uniformemente carregada de raio r (fig. 79), o esforço vertical à profundidade z sob o centro é dado pelas fórmulas 84.

$$\sigma_z = p\,(1 - \cos^3 \alpha) =$$

$$= p\left[1 - \left(\frac{1}{1 + \left(\frac{r}{z}\right)^2}\right)^{3/2}\right] \quad (84)$$

Considerando, *em argila,* um ponto situado à distância cr do centro, sendo $0 < c < 1$, tem-se para pressão vertical imediatamente sob a área

$$q = \frac{p}{2\sqrt{1 - c^2}} \quad . \; . \; . \; . \quad (143)$$

no caso de se supor como rígida a área carregada.

Da equação (143) resulta

no centro $(c = 0)$..... $q = 0{,}5\ p$
nos bordos $(c = 1)$..... $q = \infty$

A experiência mostra contudo que nos bordos $q = 1{,}3\ p$ (sensìvelmente) o que se explica por não se poder assegurar uma rigidez absoluta.

Numa base circular flexível, utilizam-se as equações (141) e (142), procedendo-se como se indicou para carga uniformemente distribuída.

Em *solos incoerentes*, tende a desenvolver-se maior esforço no centro, indo a *1,6 p* com bases rígidas e chegando-se a *3 p* com bases flexíveis.

Reynolds e Protopapadakis [53] indicam os seguintes valores, para areas circulares carregadas, e pressões imediatamente sob a base:

a) *solos incoerentes, base flexível:*

1) pressão no centro $= 3\ p$
2) pressão nos bordos $= 0$

experimentalmente $q = \frac{p}{4}$, nos bordos)

b) *solos incoerentes, base rígida:*

3) pressão no centro $= 1{,}6\ p$
4) pressão nos bordos $= 0$

experimentalmente $q = \frac{p}{3}$, nos bordos)

c) *solos coerentes, base rígida:*

5) pressão no centro $= 0{,}5\ p$
6) pressão nos bordos $= 1{,}3\ p$

Em vez da aplicação da fórmula (84) para a avaliação da pressão vertical num ponto situado à profundidade z sob o centro duma área circular carregada rígida, pode dividir-se esta em anéis circulares, calcular a pressão imediatamente sob cada uma delas pela equação (143), e aplicar em seguida a equação (141). No caso de base *flexível*, faz-se a mesma divisão, mas aplica-se logo, como foi ensinado, a equação (141).

No caso duma faixa rectangular uniformemente carregada (fig. 80) podem utilizar-se as fórmulas (85) e (86).

O conhecimento da distribuição do *esforço de corte* é também muito importante. Pode obter-se analìticamente ou por meio do círculo de Mohr.

Para um faixa rectangular de largura $2b$ uniformemente carregada, tem-se (fig 80) para máximo esforço de corte

$$s = \frac{p}{\pi} \operatorname{sen} \alpha = \frac{p \cdot 2 \frac{z}{b}}{\pi \cdot \left[1 + \left(\frac{z}{b}\right)^2\right]} \qquad (144)$$

com o máximo dos máximos

$$s = \frac{p}{\pi} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (145)$$

na semi circunferência de diâmetro $R\,S$.

3 — Exemplos

Uma fundação em lage nervada tem uma área de 6,00 × 15,00 m e pode considerar-se como não rígida. Suporta uma carga uniformemente distribuída de 28 Ton/m². Pretende-se determinar o esforço vertical num ponto situado 4,5 m sob o centro da lage.

Dividimos a área em 12 painéis de 2,50 × 3,00 m; em cada uma delas a carga é de 28 × 3 × 2,5 = 210 Ton, que suporemos concentrada no respectivo centro.

Mas como podemos considerar a lage como um grupo de 3 porções simétricas de 4 destas áreas elementares de 3 × 2,5 m, podemos operar com estas 3 áreas, multiplicando por 4 o resultado obtido.

Temos, com as notações convencionadas

$$r_1 = 1{,}5^2 + 1{,}25^2 = 1{,}95 \text{ m}$$
$$r_2 = 1{,}5^2 + 3{,}75^2 = 4{,}03 \text{ m}$$
$$r_3 = 1{,}5^2 + 6{,}25^2 = 6{,}43 \text{ m}$$

Portanto

$$\frac{r_1}{z} = \frac{19{,}5}{4{,}50} = 4{,}33 \qquad K_1 = 0{,}32$$

$$\frac{r_2}{z} = \frac{4{,}03}{4{,}50} = 0{,}897 \qquad K_2 = 0{,}10$$

$$\frac{r_3}{z} = \frac{6{,}43}{4{,}53} = 1{,}43 \qquad \begin{array}{l} K_3 = 0{,}03 \\ \hline K \;\; = 0{,}45 \end{array}$$

donde

$$\sigma_z = \frac{K\,P}{z^2} = \frac{4 \times 0{,}45 \times 10}{4{,}5^2}\; 18{,}7 \text{ Ton/m}^2 =$$
$$= 1{,}87 \text{ kg/cm}^2$$

B) *Um pilar de ponte em alvenaria tem 9,00 m de altura e 6 m de largura. Calcular o esforço transverso em solo argiloso, à profundidade de 4,5 m sob o centro de pilar, tomando para peso específico da alvenaria 2.200 kg/m³.*

Assimila-se o pilar a uma faixa rectangular uniformemente carregada e despreza-se o efeito das cargas móveis. Tem-se a fórmula (144)

$$s = \frac{19.800}{\pi} \times \frac{2 \times \frac{4{,}3}{3{,}0}}{1 + \left(\frac{4{,}5}{3{,}0}\right)^2} =$$

$$= \frac{19.800 \times 3{,}0}{\pi \cdot 2{,}25} = 8.400 \text{ kg/m}^2 = 0{,}84 \text{ kg/cm}^2$$

4 — Carga de rotura dos solos

O problema de averiguar qual a carga para o qual um dado solo sob certas condições atinge os seus limites de resistência é susceptível de respostas de ordem teórica ou prática.

Já nos referimos no Capítulo IV a alguns dos métodos utilizáveis com esse fim.

A teoria de Prandtl-Caquot é das mais empregadas modernamente.

A expressão (90) de Prandtl, que se pode escrever [4]:

$$q - c \cdot \cot\Phi \left[\frac{1 + \operatorname{sen}\Phi}{1 - \operatorname{sen}\Phi} \cdot e^{\pi \operatorname{tg}\Phi} - 1 \right] \quad (146)$$

foi modificada por Taylor, para incluir o peso do material sobre a fundação; daí

$$q = (c \cdot \cot\Phi + \gamma b \cdot \cot\delta)\left(\frac{1 + \operatorname{sen}\Phi}{1 - \operatorname{sen}\Phi} \cdot e^{\pi \operatorname{tg}\Phi} - 1\right) \quad (147)$$

tendo δ o significado resultante da fig. 84.

Para solos puramente coesivos, chega-se a (visto ser então $s = c$)

$$q = 5{,}14\, s \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (148)$$

O valor obtido por Hencky difere ligeiramente:

$$q = 5{,}64\, s \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (149)$$

No caso de *argilas homogéneas,* Skempton estabeleceu para sapatas quadradas a fórmula.

$$q - \gamma h = 5{,}64\, s + \frac{F s'}{A} \quad . \; . \; . \quad (150)$$

em que γ é o peso específico da argila, h a profundidade da fundação sob a superfície, F é a área *lateral* da sapata em contacto com a argila, S' o coeficiente de atrito argila-sapata (tomado *0,75 s)* e A a area da base da sapata.

Esta fórmula é aplicável também a fundações profundas (excluindo estacas) *e com bons resultados.*

As expressões citadas afectam-se geralmente de factores de segurança variando de 2 (edifícios ordinários) a 3 (estruturas sujeitas a vibrações ou altamente hiperstáticas).

Para solos coerentes cuja resistência ao corte varia com a profundidade, usa-se o método do círculo de deslizamento de Fellenius; supõe-se esse círculo passando pela aresta exterior da área carregada, determinando-se o centro por tentativas ou utilizando o gráfico de G. Wilson dado na fig. 132. Este gráfico dá a posição exacta para argila homogénea, ou, alternativamente, pode servir para início das tentativas de determinação do círculo mais desfavorável. Toma-se um factor de segurança de 1,5 a 2.

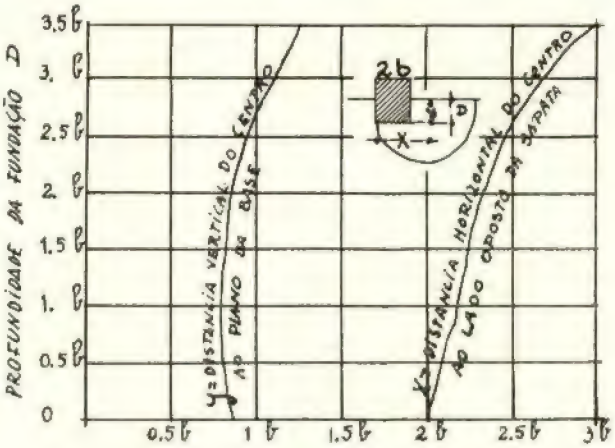


Fig. 132

(Reynolds e Protopapadakis [53] pág. 472)

No caso do emprego de *sapatas-gerais* na fundação é necessário ter em conta outras considerações.

Com efeito, é possível que em certos pontos se desenvolvam tensões de corte superiores às permitidas pelo solo, produzindo estados plásticos que podem conduzir a assentamentos graves.

É por isso conveniente representar gràficamente essas zonas *sobre-esforçadas,* para ajuizar da sua importância, e eliminá-las se tal se reconhecer desejável. Com o fim de traçar o gráfico respectivo desenham-se as linhas de igual resistência ao corte, e representa-se verticalmente um diagrama das resistências ao corte sobre o qual uma vertical $s = \frac{P}{\pi}$ determina os pontos em que se excedeu a resistência permitida pelo solo; a projecção horizontal desses pontos dá imediatamente os contornos da zona sobre-esforçada.

Com efeito, sabe-se que o máximo esforço de corte desenvolvido num solo carregado

com a pressão p atinge $\frac{p}{\pi}$ (segundo a integração das equações de Boussinesq).

Um exemplo apresentado adiante esclarecerá melhor o método.

Até aqui referimo-nos a solos coerentes. No caso de solos desprovidos de coesão, o problema difere bastante, sobretudo porque assentamentos de importância podem ocorrer bastante antes de atingida a carga de rotura.

Modernamente emprega-se com resultados satisfatórios a fórmula de Ritter, à falta de melhor. É [53]

$$q = \left[\gamma h + \frac{\gamma B}{4} \operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\Phi}{2} \right) \right] \left[\operatorname{tg}^4 \left(45^\circ + \frac{\Phi}{2} \right) - 1 \right] + \gamma h \qquad (151)$$

sendo B a largura da fundação e os restantes símbolos como em (150). Aplica-se factores de segurança.

5 — Exemplos

A) *A sapata duma coluna de betão armado tem uma base de 2,40 × 2,40 m e uma altura de 0,75 m. Assenta à profundidade de 2,80 m sobre argila homogénea cuja resistência ao corte é de 0,340 kg/cm² e o peso específico é de 1,750 kg/m³.*

Calcular a carga que pode suportar, adoptando um factor de segurança 2.

Segundo a expressão (150)

$$q = 1.750 \times 2{,}40 + 5{,}64 \times 3.400 + \frac{4 \times 2{,}40 \times 0{,}75 \times (0{,}75 \times 3400)}{2{,}40 \times 2{,}40} = 26.590 \text{ kg/m}^2$$

carga de segurança:

$$1/2 \times 26.590 = 13.595 \text{ kg/m}^2 = 1{,}33 \text{ kg}^2/\text{cm}^2$$

carga total a suportar:

$$2{,}40 \times 2{,}40 \times 13.295 = 76.400 \text{ kg}$$

B) *Uma estrutura descarrega 100 Ton. sobre uma sapata com 2,40 × 2,70 m de base e 0,75 m de altura, situada à profundidade de 1,75 m (fig. 133) e assente sobre argila de resistência ao corte variável. Calcular o factor de segurança pelo método de Fellenius, admitindo para centro do círculo mais desfavorável o dado pelo gráfico de Wilson.*

tem-se $h = 1{,}75 = \frac{1{,}75}{1{,}20} b = 1{,}46\ b$

donde

$$x = 2{,}35\ b = 2{,}76 \text{ m}$$

$$y = 0{,}8\ b = 0{,}96 \text{ m}$$

O factor de segurança G é dado (sendo s o valor médio das resistências ao corte), por

$$G = \frac{L\ s\ .\ R}{P\ (x - b)}$$

Aplicando como habitualmente o método, obtém-se a tabela

Solo	Comprimento do arco — L m	Resistência ao corte — s Kg/m²	L . S Kg/m	Outros dados
Argila castanha. . . .	0,475	2.540	1.207	$P = \frac{100}{2{,}70} = 37{,}1T$
Argila castanha escura	6,525	1.960	12.789	$x = b = 2{,}76 - 1{,}20 = 1{,}56$ m
Argila castanha. . . .	1,125	2.540	2.857	$R = 2{,}975$ m
Argila amarela. . . .	0,450	—	—	
	8,575	Média s = 2.810	16.853	

Donde

$$G = \frac{16.853 \times 2.975}{37.100 \times 1,56} = 0,87$$

Portanto, a fundação é instável; neste caso o factor de segurança deveria ser 2.

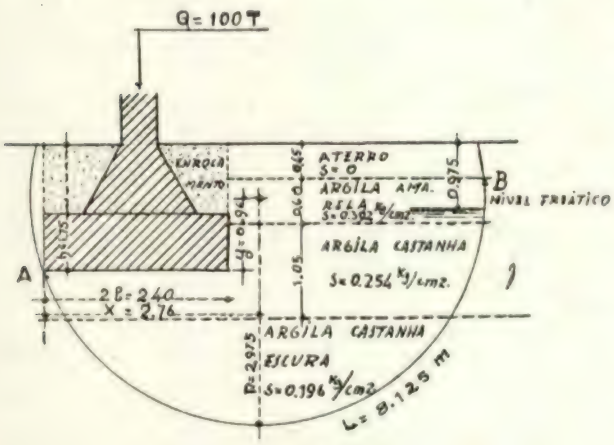


Fig. 133

(Reynolds e Protopapadakis [53] pág. 472)

C) *Uma estrutura com 15 metros de largura suporta uma carga distribuída de 3.470 kg/m². Conforme indicado na fig. 134, os estractos subjacentes tem resistências ao corte variando de 0,190 a 0,070 kg/cm². Determinar a zona sobre-esforçada sob a estrutura.*

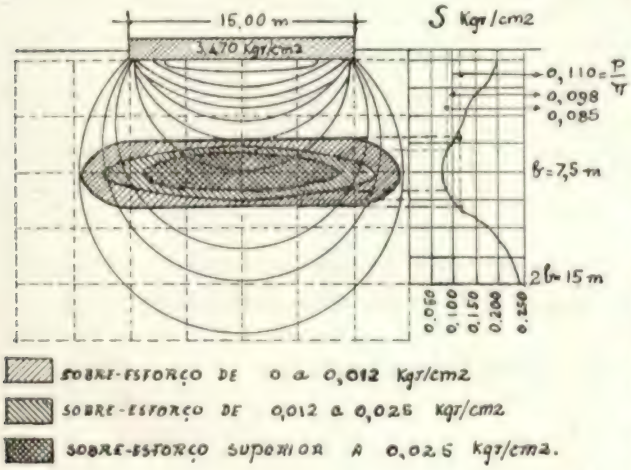


Fig. 134

Traçam-se as linhas de igual resistência ao corte (fig. 134) e um diagrama indicando a variação dessa resistência com a profundidade do solo, sobre o qual se constrói a recta p/π, determinando os pontos X e Y. A projecção destes pontos sobre a vertical pelo meio da estrutura indica as profundidades entre as quais está compreendida a zona sobre-esforçada, traçando-se as respectivas curvas por interpolação. Por processos semelhantes se determinam dentro dessa área as parcelas cujos sobre-esforços vão de 0 a 0,0125, 0,0125 a 0,025 kg/cm², e superiores a este valor.

Da análise das zonas sobre-esforçadas, conclui-se imediatamente que são de esperar importantes assentamentos devidos ao aparecimento duma zona plástica sob as fundações.

6 — O método do módulo de reacção do solo

A hipótese de Rankine, de que se obtém uma distribuição uniforme das pressões no solo sob uma fundação, se a resultante das cargas aplicadas passar pelo centro da área da fundação, não corresponde como decorre do que ficou já exposto anteriormente, à realidade. Mas o erro cometido não é contudo de grandes proporções se for baixa a capacidade de carga suposta no solo ou se as fundações forem muito rígidas.

O mesmo não sucede pelo contrário, quando se emprega fundações de betão armado flexíveis, do tipo de sapatas gerais e hoje constantemente usadas, sobretudo em edifícios muito carregados.

O tratamento mais satisfatório das fundações em sapata geral é o chamado *método da linha de solo,* no qual se tomam na devida conta as características do terreno. Não podemos expô-lo neste lugar, pela sua complexidade, embora se preste, uma vez apreendidos os seus fundamentos, a uma sistematização muito útil. Um trabalho completíssimo de A. L. L. Baker [67] é citado na bibliografia, e nele pode ser encontrado tudo o que diz respeito ao assunto.

Mais simples, embora menos rigoroso, é o método baseado na noção de *módulo de reacção do solo,* introduzido no capítulo IV.

Da expressão (88) tira-se que esse módulo é difinido por

$$E_1 = \frac{p}{y} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (152)$$

sendo p a reacção por unidade de área exercida pelo solo e y o assentamento correspondente.

Admitimos no cálculo das fundações que a distribuição das pressões em cada ponto do solo, se faz proporcionalmente aos assentamentos nesses pontos.

Evidentemente que se supõe a constância do módulo de reacção do solo Dos ensaios de carga habituais parece concluir-se que tal hipótese é bastante aproximada da realidade, pelo menos enquanto as cargas não são demasiadamente elevadas. Evidentemente que a própria noção deste módulo cessa de ter significado quando se atinge o ponto de rotura.

Consideremos (fig. 135) a linha elástica deformada duma componente duma fundação, com secção transversal constante e assente em solo elástico [62]:

Representemos por

l = dimensão linear da fundação
b = sua largura
x e y = coordenadas de qualquer ponto, depois da deformação, sendo y o assentamento do solo
p = reacção do solo por unidade de área

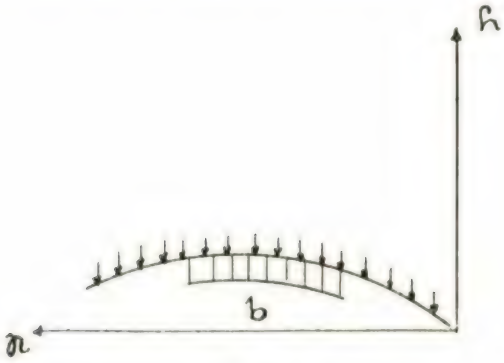


Fig. 135

E = módulo de elasticidade do material que forma a fundação

$E_1 = \frac{p}{y}$ = a módulo de reacção do solo

I = momento de inércia da secção recta da componente considerada
q = carga uniformemente distribuída
M = momento flector
T = esforço de corte.

A equação da linha elástica deformada será:

$$EI \frac{d^2 y}{d x^2} = - M \quad . \; . \; . \; . \quad (153)$$

Como

$$\frac{d M}{d x} = T$$

$$EI \frac{d^4 y}{d x^4} = \frac{d^2 M}{d x^2} = - \frac{d T}{d x} = - b (p - q)$$

ou

$$EI \frac{d^4 y}{d x^4} = b q - E_1 b y \quad . \; . \quad (154)$$

Na parte não carregada é $q = 0$, donde

$$\frac{d^4 y}{d x^4} = - \frac{E_1 b}{EI} y \quad . \; . \; . \; . \quad (155)$$

Façamos

$$L = \sqrt[4]{\frac{E_1 b}{4 EI}} \quad . \; . \; . \; . \quad (156)$$

$$\theta = x l \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (157)$$

Resultará para solução geral de equação

$$y = e^{-\theta} (A \cos \theta + B \operatorname{sen} \theta) + e^{-\theta} (C \cos \theta + D \operatorname{sen} \theta) \quad (158)$$

ou

$$y = A_1 \cos h \theta \cos \theta + A_2 \operatorname{sen} h \theta \cos \theta + A_3 \cos h \theta \operatorname{sen} \theta + A_4 \operatorname{sen} h \theta \operatorname{sen} \theta \quad (159)$$

Desta solução podem deduzir-se imediatamente as expressões gerais seguintes:

a) *coeficiente angular*

$$\frac{dy}{dx} = L \Big[A_1 (\operatorname{sen} h \theta \cos \theta - \cos h \theta \operatorname{sen} \theta) + A_2 (\cos h \theta - \operatorname{sen} h \theta) + A_3 (\operatorname{sen} h \theta \operatorname{sen} \theta + \operatorname{sen} h \theta \cos \theta) \Big] \quad . \; . \; . \quad (160)$$

b) *momento flector*

$$M = -EI \frac{d^2 y}{d x^2} = 2 L^2 E I (A_1 \operatorname{sen} h \theta \operatorname{sen} \theta + A_2 \cos h \theta \operatorname{sen} \theta - A_3 \operatorname{sen} h \theta \cos \theta - A_4 \cos h \theta \cos \theta) \quad . . . \quad (161)$$

c) *esforço transverso*

$$T = EI \frac{d^3 y}{d x^3} = -2 L^3 E I [A_1 (\cos h \theta \operatorname{sen} \theta + \operatorname{sen} h \theta \cos \theta) + A_2 (\operatorname{sen} h \theta \operatorname{sen} \theta + \cos h \theta \cos \theta) - A_3 (\cos h \theta \cos \theta - \operatorname{sen} h \theta \operatorname{sen} \theta) - A_4 (\operatorname{sen} h \theta \cos \theta - \cos h \theta \operatorname{sen} \theta)] \quad . . . . \quad (162)$$

Em todas expressões, *sen h* e *cos h* representam respectivamente senos e cosenos hiperbólicos.

A resolução prática dos probemas envolvendo estas expressões exige o conhecimento de E_1 (determinado experimentalmente) de $L = \sqrt[4]{\frac{E_1 b}{4 E I}}$ (factor de comprimento efectivo) e de $\lambda = L 1$.

O tratamento com cargas concentradas é semelhante.

W. S. Gray [62] organiza tabelas e gráficos fornecendo imediatamente todos os elementos necessários ao cálculo, incluindo funções hiperbólicas. Elas são indispensáveis para a resolução prática de problemas utilizando este método.

7 — Ensaios de carga: método de Housel

De há muito que se reconheceu que os ensaios de carga, tal como são habitualmente praticados, pouco ou nada representam.

Um dos inconvenientes que, com os conhecimentos expostos até este momento, salta logo à vista, é que a zona influenciada pelas transmissões das pressões do ensaio é sempre muito inferior à que corresponderia à construção terminada. A fig. 136 dá, de forma esquemática, os bolbos de pressões correspondentes a uma estrutura terminada e ao ensaio efectuado.

Ambas as zonas se estendem uma profundidade de cerca de 3 vezes à largura considerada (b e b'). Mas ao passo que o ensaio transmite a pressão apenas numa região de solo com características homogéneas, a acção da estrutura depois de constituída atinge diversas camadas de natureza diferente que fazem prever diferente comportamento. Pior que tudo, é a presença da camada de argila branda situada entre estratos permeáveis, que provàvelmente entrará em processo de consolidação.

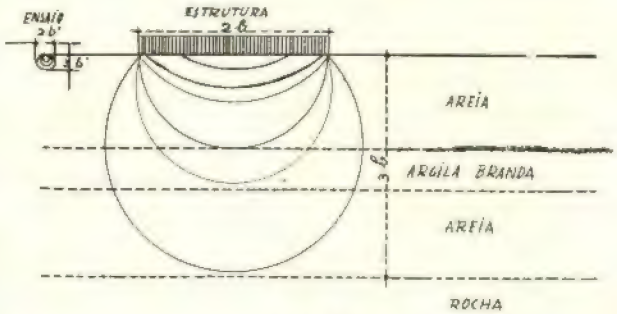


Fig. 136

Mas há mais: trabalhos precisos encontraram sem sombra de dúvida que os resultados dos ensaios de carga dependem fundamentalmente da *forma* e das *dimensões* das superfícies carregadas.

Housel vai ao ponto de afirmar que a maior parte dos ensaios estáticos efectuados, mesmo correntemente na prática actual, não tem qualquer significado.

Ele mostrou [39] que a forma circular da superfície a carregar é a ideal (em virtude da distribuição de pressões provocada no solo, segundo superfícies cónicas).

Pôde através das suas experiências estabelecer a relação linear seguinte, entre a resistência unitária do solo (p) e o cociente do perímetro (P) pela superfície (s) da placa carregada.

$$p = n + m \left(\frac{P}{S}\right) \quad . . . . \quad (163)$$

em que n e m são duas constantes características do solo, a primeira representando a resistência unitária da base e a segunda

o atrito por metro de periferia, do solo acima da superfície comprimida.

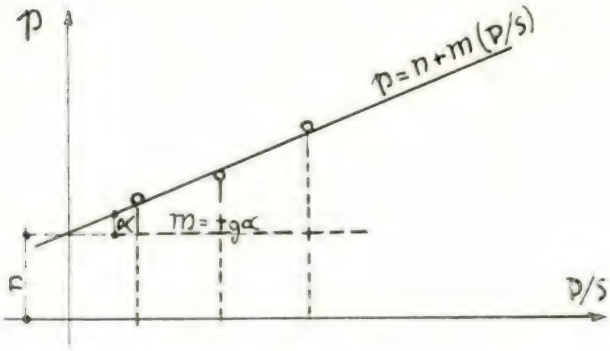


Fig. 137
(Kahn [39] pág. 338)

A determinação destas duas características exige evidentemente duas relações do tipo (173); na prática, para se poder fazer a compensação dos resultados, fazem-se pelo menos 3 ensaios, para diferentes valores de P/s.

Empregando placas circulares de diâmetro D, tem-se

$$\frac{p}{S} = \frac{4}{D}$$

donde

$$p = r + \frac{m'}{D} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (164)$$

com

$$m' = 4\,m \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (167)$$

A fig. 137 apresenta uma determinação gráfica de m e n, para 3 leituras realizadas para o *mesmo assentamento* Δ.

A compensação foi feita gràficamente.

Suponhamos (fig. 138) que dispomos de 3 resultados de ensaios, com os respectivos diagramas de cargas-assentamento. Podemos então traçar as curvas que traduzem a expressão de m e n em função dos assentamentos. É o que se fez na fig. 139, onde aparecem duas novas grandezas K_1 e K_2 tais que

$$K_1 = \frac{\Delta}{n} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (166)$$

$$K_2 = \frac{m}{n} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (167)$$

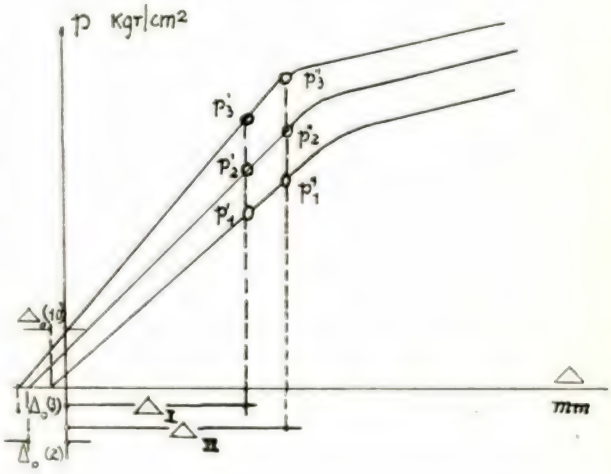
Estas grandezas caracterizam a *carga crítica*, além da qual os assentamentos sob as fundações são irreversíveis. Essa carga crítica (que portanto não depende directamente de m e n, mas sim por intermédio de K_1 e K_2) é caracterizada por

$$K_1 = \text{mínimo} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (168)$$

ou

$$K_2 = \text{máximo} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (169)$$

Notemos com efeito que enquanto os assentamentos não atingem o valor crítico, n aumenta mais depressa do que Δ, e portanto K_1 diminue. Mas, uma vez atingido esse valor crítico, começam assentamentos



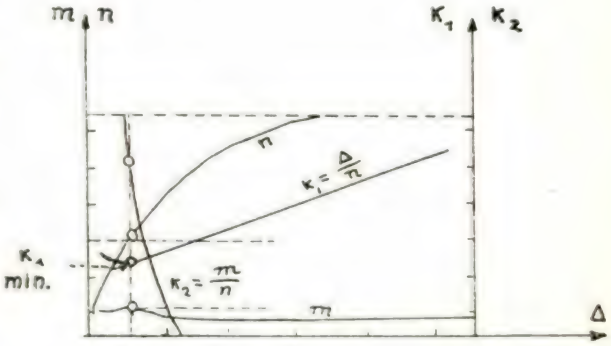


Fig. 138 e Fig. 139
(Kahn [39] pág. 338

plásticos cujo aumento em grandeza é mais rápido do que n; logo K_1 aumenta.

A determinação do ponto crítico através de K_1 é conveniente quando a resistência na

base é predominante sobre a devida ao atrito lateral.

Quando se dá o contrário (no caso, por exemplo, de estacas flutuantes, devemos procurar o máximo de K_2).

Neste caso, m aumenta mais ràpidamente que n até que o atrito lateral esteja completamente mobilizado e vá ser vencido. Até esse ponto K_2 aumentou; mas em seguida vai diminuir, porque n aumenta e m diminue, entrando-se em assentamento plástico.

Determinados no diagrama os valores de m e n correspondentes aos valores críticos de K_1 ou K_2 (fig. 139), a equação (163) dá-nos o valor da carga unitária crítica p que devemos afectar dum factor de segurança. Também podemos prever, a partir dos diagramas de Housel, o assentamento crítico e o assentamento efectivo (entrando com o coeficiente de segurança).

É conveniente ter em conta a influência da sobrecarga em torno da base carregada, a influência da profundidade e da aplicação da carga e a influência do tempo. Isto sem esquecer finalmente, os assentamentos devidos à consolidação do solo.

8 — Assentamentos devidos à consolidação do solo

Já no Capítulo II estudámos pormenorizadamente os assentamentos de consolidação, e no Capítulo III a maneira como é possível a sua previsão com o edómetro.

Recordemos a expressão (41) que nos dá o *assentamento específico*, e em cuja função se exprime (40) e assentamento ΔH duma camada argilosa de espessura H

$$\Delta H = \frac{e}{1+e} H$$

ou

$$\Delta H = \frac{e_2 - e_1}{1 + e_1} H \quad . \; . \; . \; . \quad (168)$$

(pondo em evidência os estados inicial e final).

O *coeficiente de compressibilidade*, s é dado por

$$a = -\frac{de}{dp} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (169)$$

podendo determinar-se para fins da prática um valor médio através da inclinação da recta que une dois pontos da curva $e = f(p)$ correspondentes a dois estados de carga sucessivos no edómetro.

Convém também anotar mais as seguintes grandezas já definidas:

coeficiente de permeabilidade

$$K = K_0 (1 + e) \quad . \; . \; . \; . \quad (170)$$

sendo K_0 uma constante.

coeficiente de consolidação

$$C = \frac{k(1 + e_0)}{a} \left(cm^2/seg\right) \quad . \; . \quad (171)$$

grau de consolidação

$$\mu\,\% = 100 \frac{\Delta_t}{\Delta} = 100\, f(T) \quad . \; . \quad (172)$$

em que Δ_t representa o assentamento ao fim do tempo t, e Δ o assentamento total;

factor de tempo

$$T = \frac{Ct}{h^2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (173)$$

(se a camada for drenada superior e inferiormente, notaremos a sua altura com $2h$; se o for só numa das faces, com h).

A forma da função $f(T)$ em (172) depende das condições do problema e é conhecida, graças aos trabalhos de Terzaghi e Fröhlich em grande número de casos.

Na prática da engenharia, tem especial interesse os casos de consolidação de camadas de argila de espessura $2h$ drenadas superior e inferiormente e sujeitas a qualquer pressão de consolidação *que seja função linear da profundidade;* e ainda, de camadas de argila de espessura h, drenadas apenas por uma superfície, e sujeitas a uma pressão de consolidação *uniformemente distribuída.*

A Tabela seguinte, devida a Reynolds e Protopapadakis [53], dá o andamento da curva $u = f(T)$, para o caso de camadas

argilosas de espessura não exagerada, em que a pressão actuante possa ser tomada como constante.

μ %	T	μ %	T	μ %	T	μ %	T
0	0,000	30	0,073	55	0,238	80	0,565
10	0,008	35	0,097	60	0,287	85	0,684
15	0,017	40	0,126	65	0,342	90	0,848
20	0,031	45	0,159	70	0,405	95	1,127
25	0,049	50	0,195	75	0,475	100	—

Para o caso de camadas de meia espessura, organizaram os mesmos autores uma outra tabela, em que substituem o factor de tempo por um factor $N = \frac{\pi^2 T}{4}$, e em que consideram os seguintes casos possíveis:

A — distribuição uniforme de pressão

B — distribuição triangular de pressão com máximo na base inferior

C — distribuição triangular de pressão com máximo na base superior.

A distribuição trapezoidal obtém-se por sobreposição do caso *A* com os casos *B* ou *C*.

μ %	N			μ %	N		
	A	B	C		A	B	C
5	0,005	0,06	0,002	50	0,49	0,73	0,24
10	0,02	0,12	0,005	55	0,59	0,84	0,32
15	0,04	0,18	0,01	60	0,71	0,95	0,42
20	0,08	0,25	0,02	65	0,84	1,10	0,54
25	0,12	0,31	0,03	70	1,00	1,24	0,69
30	0,17	0,39	0,06	75	1,18	1,42	0,88
35	0,24	0,47	0,07	80	1,40	1,64	1,08
40	0,31	0,55	0,13	85	1,69	1,93	1,36
45	0,39	0,63	0,18	90	2,09	2,35	1,77
				95	2,80	3,17	2,54

Há que atender ao tempo provável de vida da estrutura em causa, para efeito do cálculo de assentamentos.

Geralmente começa-se por avaliar o assentamento *total* no centro da área carregada; se for excessivo calcula-se o assentamento para um grau de consolidação de 90 %; se ainda este valor for notável, tem-se então em conta o tempo de vida provável da estrutura.

Se mesmo assim se obtém valores inaceitáveis, então há que alargar a área das fundações, indo mesmo para sapatas gerais; um novo cálculo mostrará se a solução é satisfatória, pois se o não for teremos que usar estacaria ou fundações flutuantes.

Analisada assim a influência do valor do assentamento absoluto, é necessário ter em conta diferenças de valor entre os assentamentos de diversas partes da estrutura, que poderão impor uma nova distribuição de cargas que tenda a atenuar essas diferenças, ou mesmo a projectar sapatas celulares de grande rigidez.

9 — Exemplos

Pretende-se construir um edifício quadrado, de 24,00 m de lado, suportado por 5 pilares em cada direcção, espaçados

de 6,00 m entre centros. Cada pilar tem uma sapata quadrada de 3,00 m de lado, fundada a 1,50 m abaixo do nível do solo, e descarregando uma carga de 300 ton. cada. O terreno de fundação é formado por areia, que por sua vez assenta num estrato de argila branda situado 6,00 m abaixo da base das sapatas, e com 4,5 m de espessura. A argila repousa sobre terreno impermeável, o nível freático está a 1,50 m abaixo do nível do solo.

Pretende-se saber o assentamento total e o tempo em que ocorrerá 50 % deste. O peso específico da areia e da argila seca é de 1.800 kg/m³, e as curvas pressão-índice de vazios e tempo assentamento admitidas constam das fig. 140 e 141.

Há em primeiro lugar que fazer o cálculo da pressão transmitida pelas sapatas à base superior da camada argilosa. Esse cálculo pode fazer-se pelas expressões de Boussinesq.

Pràticamente, nas condições do problema podemos supor uma distribuição a 60° o que dá à profundidade de 6,0 m abaixo da base das sapatas uma área quadrada de distribuição de 9 × 9 m, donde a pressão vertical.

$$q = \frac{300.000}{900 \times 900} = 0{,}37 \text{ Kg/cm}^2$$

resultado em bom acordo com o que se obtém pelo emprego das fórmulas de Boussinesq.

Atendendo ao espaçamento dos pilares, há uma sobreposição de áreas de distribuição; a área para o edifício será um quadrado com 4,5 + 24 + 4,5 = 33 m de lado e portanto a pressão vertical correspondente aos 25 pilares

$$\frac{25 \times 300.000}{3.300 \times 3.300} = 0{,}69 \text{ Kg/cm}^2$$

ou seja quase o dobro do que corresponderia a uma fundação isolada.

Vejamos qual a pressão exercida nas argilas antes da construção. É devida a uma camada arenosa com 7,5 m de altura,

$$6\,(1.800 - 1.000) + 7{,}5 \times 1.800 =$$
$$= 7.500 \text{ Kg/m}^2 = 0{,}75 \text{ Kg/cm}^2$$

Portanto, a pressão devida à estrutura e à camada arenosa é de

$$0{,}69 + 0{,}75 = 1{,}44 \text{ Kg/cm}^2$$

Considerando um ponto a meia altura da camada argilosa a pressão aí será (devido à camada sobrejacente)

$$(6 + 2{,}25)\,(1.800 - 1.00) + 1{,}5 \times 1.800 =$$
$$= 0{,}93 \text{ Kg/cm}^2$$

donde a pressão total nesse ponto

$$0{,}69 + 0{,}93 = 1{,}62 \text{ Kg/cm}^2$$

Da curva $p - e$ obtida no laboratório (fig. 140) vê-se que:

para $p_1 = 0{,}93$

vem $e_1 = 0{,}87$

e para $p_2 = 1{,}62$

vem $e_2 = 0{,}80$

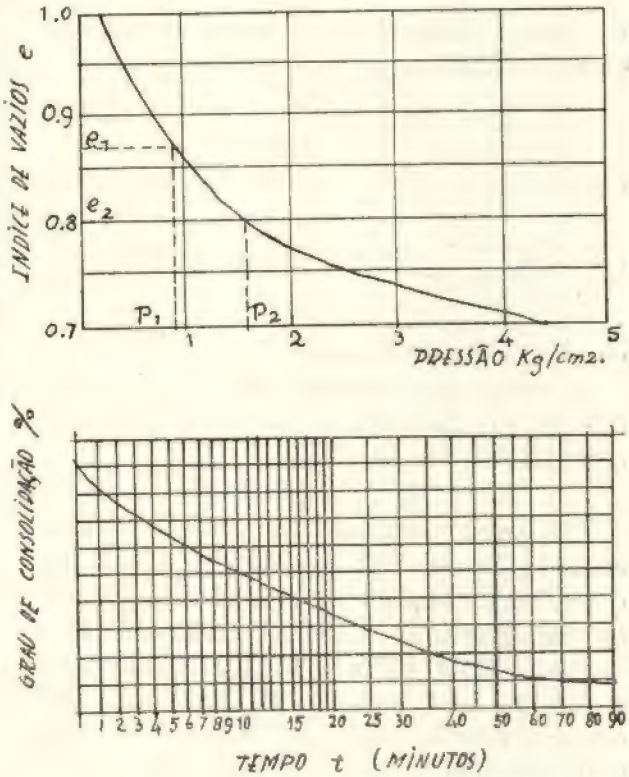


Fig. 140 e 141

(Reynolds e Protopapadakis [53] pág. 25)

Portanto, o assentamento total da camada argilosa de altura 4,5 m será

$$\Delta h = \frac{e_1 - e_2}{1 + e_1} h = \frac{0{,}87 - 0{,}50}{1{,}87} \times 4{,}5 = 0{,}168 \text{ m} = 17 \text{ cm}$$

A última metade deste assentamento dá-se geralmente muito mais devagar, não causando perigo para a estrutura. Calculemos o tempo que leva o edifício a sofrer a primeira metade do assentamento.

A curva do laboratório $t - \Delta$ (fig. 141) indica que metade do assentamento da amostra estudada ocorreu sensìvelmente em 10 minutos.

Para uma altura de amostra de 2,5 cm, devemos considerar uma altura $2\,h = 2{,}5$ cm; mas o terreno a drenagem da camada dá-se só superiormente, portanto aí $h = 4{,}5$ m.

Temos portanto, aplicando a expressão (173) no laboratório

$$0{,}50 = \frac{C \times 10}{1{,}25^2}$$

no campo (admitindo o mesmo coeficiente de consolidação)

$$0{,}50 = \frac{C \cdot t}{450^2}$$

donde

$$t = \frac{10 \times 450^2}{1{,}25^2} = 1.620.000 \text{ min} = 1.125 \text{ dias}$$

ou seja cerca de *3 anos*.

Portanto, um assentamento da ordem de 8,5 cm ocorrerá nos primeiros 3 anos após a construção do edifício.

B) *A certa profundidade abaixo do nível do solo existe uma camada argilosa com 6 metros de espessura, cujas curvas laboratoriais de pressão-índice de vazios são dadas na fig. 142. As sobrecargas existentes transmitem-lhe uma pressão de 2 kg/cm². Pretende-se construir um edifício que provocará o aumento da pressão para 3 kg/cm².*

Qual será o assentamento total a prever se

1) *o edifício for fundado em sapatas construídas sem perturbar a camada argilosa;*

2) *o edifício for assente em estacas atingindo a camada argilosa e portanto alterando-a.*

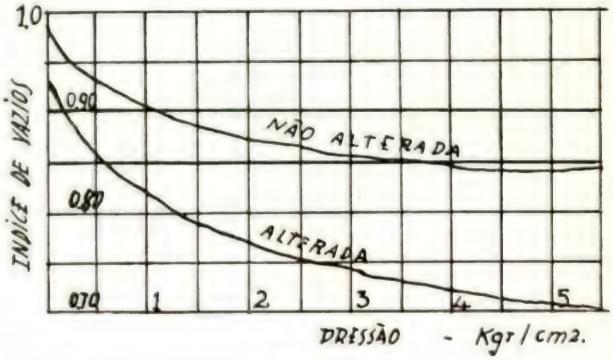


Fig. 142

(Reynolds e Protopapadakis [53] pág. 26)

1) Da curva da fig. 142 vem, para

$p_1 = 2$ Kg/cm² $\quad e_1 = 0{,}875$

$p_2 = 3$ Kg/cm² $\quad e_2 = 0{,}885$

Teremos, para sobrecargas:

$$h_o = \frac{6}{1 + e_1} = \frac{6}{1{,}875} = 3{,}20 \text{ m}$$

e para edifício:

$$h = 3{,}20\,(1 + e_2) = 3{,}20 \times 1{,}855 = 5{,}94 \text{ m}$$

Portanto o assentamento será de

$$6 - 5{,}94 = 0{,}06 \text{ m}$$

2) Agora $h_o = 3{,}20$ m, como anteriormente, mas para

$p_2 = 3$ Kg/cm² é $e_2 = 0{,}74$ (fig. 142)

donde

$$h = 3{,}20\,(1 + 0{,}74) = 5{,}56 \text{ m}$$

e o assentamento atingirá

$$6{,}00 - 5{,}56 = 0{,}44 \text{ m}$$

(Continua)

Actual orientação no cálculo de peças flectidas de betão armado. Algumas considerações práticas

PELO ENG.º CIVIL (I. S. T.) EDUARDO CANSADO CARVALHO

Professor da Cadeira de Betão Armado
da Escola Superior de Belas Artes

C. D. 624.072.2 — 012.4

A recente redução no custo do ferro de construção utilizado no betão armado veio modificar de maneira sensível o critério adoptado no cálculo económico das peças de betão armado submetidas à flexão.

Este problema será tratado duma maneira aproximada, ocupando-me apenas das vigas rectangulares, mas podendo o assunto ser generalizado às vigas em T e às lages.

Sejam então admitidos para preços unitários do metro cúbico de betão em obra, do kg de ferro em armaduras e do m^2 de cofragem respectivamente os seguintes preços:

1 m^3 de betão.....	B = 300$00
1 kg de varão em Obra ...	F = 3$00
1 m^2 de cofragem	M = 20$00

O Problema principal que pretendo resolver é o de procurar a viga rectangular que satisfazendo a um dado momento flector M, que tendo a altura útil h e a largura b seja a mais económica de custo, tomando como variável a tensão adoptada para o betão à compressão, R'_b.

O preço P dum metro linear duma viga rectangular qualquer é a soma de 4 parcelas:

O preço de custo do betão da viga.

O preço de custo do ferro da viga (incluindo também o ferro dos estribos e das armaduras de montagem).

O preço da cofragem necessária para a moldagem.

Os encargos gerais resultantes da execução da obra.

Ter-se-á então:

$$P = P\ \text{betão} + P\ \text{ferro} + P\ \text{madeira} + G \quad (1)$$

Para simplificar e por se tratar de um estudo comparativo admitirei que G = 0 o que não reduz a generalidade das conclusões a obter e que, na parcela P ferro para atender aos estribos e armaduras de montagem, bastará multiplicar a secção de armadura tendida por um coeficiente K que para as vigas rectadgulares se pode computar em K = 1,3.

Será então:

$$P = bh\,B + KAa \times 0{,}78\,F + (b + 2\,h)\,M =$$
$$= bh\,B + 1{,}3 \times 0{,}78\,Aa\,F +$$
$$+ (b + 2\,h)\,M \sim bh\,B + AaF + (b + 2h)\,M \quad (2)$$

Tomou-se para a altura da viga a sua altura útil h o que é aceitável sem erro sensível. O coeficiente 0,78 que aparece na 2.ª parcela é para transformar cm^2 de armadura em kg. de ferro.

Como se sabe para uma dada tensão para o aço (será admitida Ra = 1.400 kg/cm^2) as dimensões da secção transversal da viga e a sua secção de armadura são função em última análise da tensão R'_b adoptada para o betão.

Se adoptarmos valores baixos de R'_b obteremos como é sabido secções de betão robustas, com grande área de cofragem mas com pequena percentagem de armadura; no caso contrário, de valores elevados de R'_b serão obtidas secções de betão reduzidas, com pequena área de cofragem mas com elevada percentagem de armadura.

Mostrarei que com os preços actuais dos materiais que permitem realizar o betão armado em vigas rectangulares, *as segundas secções, aquelas em que se adoptar um valor elevado para R'_b, são as mais económicas.*

A resolução analítica do problema consistiria em exprimir P em função de R'_b atra-

vés dos conhecidos coeficientes de calculo do betão armado e em seguida achar o valor de R'_b que anulase a sua derivada $\frac{dP}{dR'_b}$.

Este caminho conduziria no entanto à resolução de equações muito complicadas o que se tornaria muito trabalhoso e sem grande interesse prático.

A solução do problema será então apresentada sob a forma de ábacos e serão estudadas 4 tipos de vigas rectangulares a que correspondem as seguintes relações entre a largura e a altura:

$$b = 2h \qquad b = h \qquad b = \frac{2}{3}h \qquad b = \frac{1}{2}h$$

e submetidas cada uma delas aos momentos flectores de 1.000, 5.000, 20.000 e 50.000 kg × m. o que permite abranger pràticamente todos os casos reais.

A expressão 2), se atendermos a que:

$$Aa = \frac{\gamma bh}{100}$$

e se exprimir b e h em cm representará o preço dum metro linear de viga rectangular de betão armado, sob a seguinte forma geral

$$(3) \quad P = bh(1+\gamma)\,\$03 + (b+2h)\,\$20 = A + B$$
(em escudos)

desde que se hajam adoptado para preços unitários dos seus componentes, os indicados atraz.

A primeira parcela A refere-se ao custo da parte útil da viga pròpriamente dita ou seja o custo do betão e do aço necessários, ao passo que a 2.ª parcela B se refere à cofragem, a qual uma vez desmoldada a viga não tem qualquer interesse, representando na sua execução apenas um pesado encargo mas impossível de evitar.

Vejamos então os seguintes casos, que serão apresentados sob a forma de quadros. A notação e valores das constantes empregadas são as que constam das Tabelas para o Cálculo do Betão Armado, do Engenheiro Vasco Costa.

1.º Caso

Vigas em que $b = 2h$

$$P = h^2(1+\gamma)\,\$06 + \$80\,h = A + B$$

$$\delta = \frac{M}{bh^2} = \frac{M}{2h^3} \qquad h = \frac{1}{\sqrt[3]{\delta}} \cdot \sqrt[3]{\frac{M}{2}}$$

a) $M = 1.000\ Kg \times m = 10^5\ Kg \times cm$

$$h = \frac{36{,}84}{\sqrt[3]{\delta}}$$

Quadro I

R'_b (Kg/cm²)	δ	γ	$\sqrt[3]{\delta}$	h (cm)	A (\$)	B (\$)	P (\$)
10	0,468	0,035	0,77	48	143	38	181
20	1,661	0,126	1,18	35	65	25	90
30	3,353	0,261	1,49	25	47	20	67
40	5,400	0,429	1,75	21	38	17	55
50	7,707	0,623	1,97	19	35	15	50
60	10,21	0,838	2,16	17	32	14	46
70	12,86	1,071	2,33	16	32	13	45
80	15,62	1,319	2,50	15	31	12	43

b) $M = 5.000\ Kg \times m = 5 \times 10^5\ Kg \times cm$

$$h = \frac{62{,}99}{\sqrt[3]{\delta}}$$

Quadro II

R'_b (Kg/cm²)	h (cm)	A (\$)	B (\$)	P (\$)
10	82	420	66	486
20	53	198	42	240
30	42	133	34	167
40	36	111	29	141
50	32	99	26	125
60	29	92	23	115
70	27	90	22	112
80	25	88	20	108

c) $M = 20.000\ Kg \times m = 2 \times 10^6\ Kg \times cm$

$$h = \frac{100}{\sqrt[3]{\delta}}$$

Quadro III

R'_b (Kg/cm²)	h (cm)	A (\$)	B (\$)	P (\$)
10	130	1.050	104	1.154
20	85	490	68	558
30	67	340	54	394
40	57	280	46	326
50	51	250	41	291
60	46	233	37	270
70	43	231	34	265
80	40	221	32	253

d) $M = 50.000 \text{ Kg} \times m = 5 \times 10^6 \text{ Kg} \times cm$

$$h = \frac{135,8}{\sqrt[3]{\delta}}$$

Quadro IV

R'_b (Kg/cm²)	h (cm)	A (\$)	B (\$)	P (\$)
10	176	1.940	141	2.081
20	115	900	92	992
30	91	620	73	693
40	78	512	62	574
50	69	460	55	515
60	63	440	50	490
70	58	420	46	466
80	54	400	43	443

2.º caso

Vigas em que $b = h$ $\quad P = h^2 (1 + \gamma)\ \$03 + \$60\ h$

$$\delta = \frac{M}{b\ h^2} = \frac{M}{h^3} \qquad h = \frac{1}{\sqrt[3]{\delta}} \cdot \sqrt[3]{M}$$

a) $M = 1.000 \text{ Kg} \times m = 10^5 \text{ Kg} \times cm$

$$h = \frac{46,42}{\sqrt[3]{\delta}}$$

Quadro V

R'_b (Kg/cm²)	h (cm)	A (\$)	B (\$)	P (\$)
10	60	112	36	148
20	39	52	23	75
30	31	37	19	56
40	27	31	16	47
50	24	28	14	42
60	22	27	13	40
70	20	25	12	37
80	19	25	11	36

b) $M = 5.000 \text{ Kg} \times m = 5 \times 10^5 \text{ Kg} \times cm$

$$h = \frac{79,37}{\sqrt[3]{\delta}}$$

Quadro VI

R'_b (kg/cm²)	h (cm)	A (\$)	B (\$)	P (\$)
10	103	330	62	392
20	67	153	40	193
30	53	108	32	140
40	45	88	27	115
50	40	78	24	102
60	37	76	22	98
70	34	72	20	92
80	32	71	19	90

c) $M = 20.000 \text{ Kg} \times m = 2 \times 10^6 \text{ Kg} \times cm$

$$h = \frac{125,99}{\sqrt[3]{\delta}}$$

Quadro VII

R'_b (kg/cm²)	h (cm)	A (\$)	B (\$)	P (\$)
10	164	820	98	918
20	107	391	64	455
30	85	278	51	329
40	72	220	43	263
50	64	199	38	237
60	58	188	35	223
70	54	183	32	215
80	50	173	30	203

d) $M = 50.000 \text{ Kg} \times m = 5 \times 10^6 \text{ Kg} \times cm$

$$h = \frac{171,00}{\sqrt[3]{\delta}}$$

Quadro VIII

R'_b (Kg/cm²)	h (cm)	A (\$)	B (\$)	P (\$)
10	222	1.540	133	1.673
20	145	750	97	847
30	115	510	69	579
40	98	410	59	469
50	87	369	52	421
60	79	349	47	396
70	73	334	44	378
80	68	320	41	361

3.º Caso

Vigas em que $b = \frac{2}{3} h$

$$P = h^2 (1 + \gamma) \$02 + \$533 h$$

$$\delta = \frac{M}{bh^2} = \frac{3M}{2h^3} \qquad h = \frac{1}{\sqrt[3]{\delta}} \sqrt{1{,}5 M}$$

a) $M = 1.000 \text{ Kg} \times \text{m} = 10^5 \text{ Kg} \times \text{cm}$

$$h = \frac{53{,}13}{\sqrt[3]{\delta}}$$

Quadro IX

R'_b (Kg/cm²)	h (cm)	A ($)	B ($)	P ($)
10	69	99	37	136
20	45	46	24	70
30	36	33	19	52
40	30	26	16	42
50	27	24	14	38
60	25	23	13	36
70	23	22	12	34
80	21	21	11	32

b) $M = 5.000 \text{ Kg} \times \text{m} = 5 \times 10^5 \text{ Kg} \times \text{cm}$

$$h = \frac{90{,}86}{\sqrt[3]{\delta}}$$

Quadro X

R'_b (Kg/cm²)	h (cm)	A ($)	B ($)	P ($)
10	118	290	62	352
20	77	135	41	176
30	61	95	32	127
40	52	78	28	106
50	46	70	25	95
60	42	65	22	87
70	39	63	21	84
80	36	62	19	81

c) $M = 20.000 \text{ Kg} \times \text{m} = 2 \times 10^6 \text{ Kg} \times \text{cm}$

$$h = \frac{144{,}22}{\sqrt[3]{\delta}}$$

Quadro XI

R'_b (Kg/cm²)	h (cm)	A ($)	B ($)	P ($)
10	188	738	100	838
20	122	339	65	404
30	97	240	52	292
40	83	199	44	243
50	73	176	39	215
60	67	165	36	201
70	62	161	33	194
80	58	160	31	191

d) $M = 50.000 \text{ Kg} \times \text{m} = 5 \times 10^6 \text{ Kg} \times \text{cm}$

$$h = \frac{196{,}00}{\sqrt[3]{\delta}}$$

Quadro XII

R'_b (Kg/cm²)	h (cm)	A ($)	B ($)	P ($)
10	254	1.350	135	1.485
20	166	626	89	715
30	131	438	70	508
40	112	363	60	423
50	99	323	53	376
60	91	305	48	353
70	84	295	45	340
80	78	290	42	332

4.º Caso

Vigas em que $b = \frac{1}{2} h$

$$P = h^2 (1 + \gamma) \$015 + \$30 h$$

$$\delta = \frac{M}{bh^2} = \frac{2M}{h^3} \qquad h = \frac{1}{\sqrt[3]{\delta}} \cdot \sqrt[3]{2M}$$

a) $M = 1.000 \text{ Kg} \times \text{m} = 10^5 \text{ Kg} \times \text{cm}$

$$h = \frac{58{,}48}{\sqrt[3]{\delta}}$$

Quadro XIII

R'_b (Kg/cm²)	h (cm)	A (\$)	B (\$)	P (\$)
10	76	90	23	113
20	50	42	15	57
30	39	29	12	41
40	33	23	10	33
50	30	22	9	31
60	27	20	8	28
70	25	19	8	27
80	23	18	7	25

b) $M = 5.000 \text{ Kg} \times \text{m} = 5 \times 10^5 \text{ Kg} \times \text{cm}$

$$h = \frac{100}{\sqrt[3]{\delta}}$$

Quadro XIV

R'_b (Kg/cm²)	h (cm)	A (\$)	B (\$)	P (\$)
10	130	262	39	301
20	85	122	26	148
30	67	86	20	106
40	57	69	17	86
50	51	64	15	79
60	46	58	14	72
70	43	56	13	69
80	40	54	12	66

c) $M = 20.000 \text{ Kg} \times \text{m} = 2 \times 10^6 \text{ Kg} \times \text{cm}$

$$\frac{158,74}{\sqrt[3]{\delta}}$$

Quadro XV

R'_b (kg/cm²)	h (cm)	A (\$)	B (\$)	P (\$)
10	206	664	62	726
20	135	306	41	347
30	107	218	32	250
40	91	175	27	202
50	81	161	24	185
60	74	151	22	173
70	68	141	21	162
80	64	139	19	158

d) $M = 50.000 \text{ Kg} \times \text{m} = 5 \times 10^6 \text{ Kg} \times \text{m}$

$$h = \frac{215,44}{\sqrt[3]{\delta}}$$

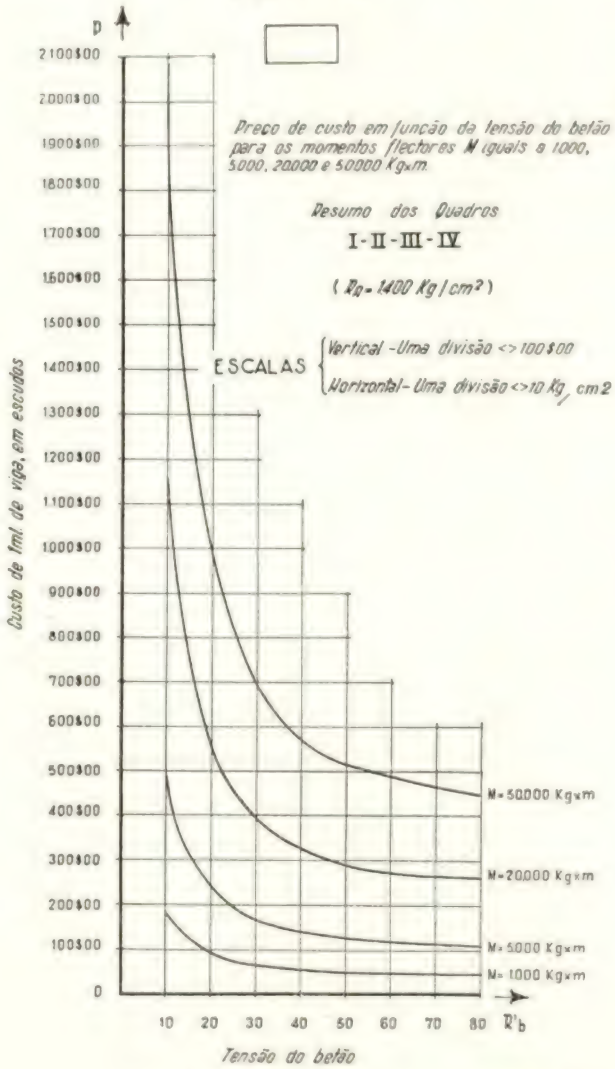
Quadro XVI

R'_b (kg/cm²)	h (cm)	A (\$)	B (\$)	P (\$)
10	279	1.220	84	1.304
20	183	564	55	619
30	145	401	44	445
40	123	320	37	357
50	109	291	33	324
60	100	275	30	305
70	93	262	28	290
80	86	251	26	277

ÁBACO N.º 1

Vigas rectangulares

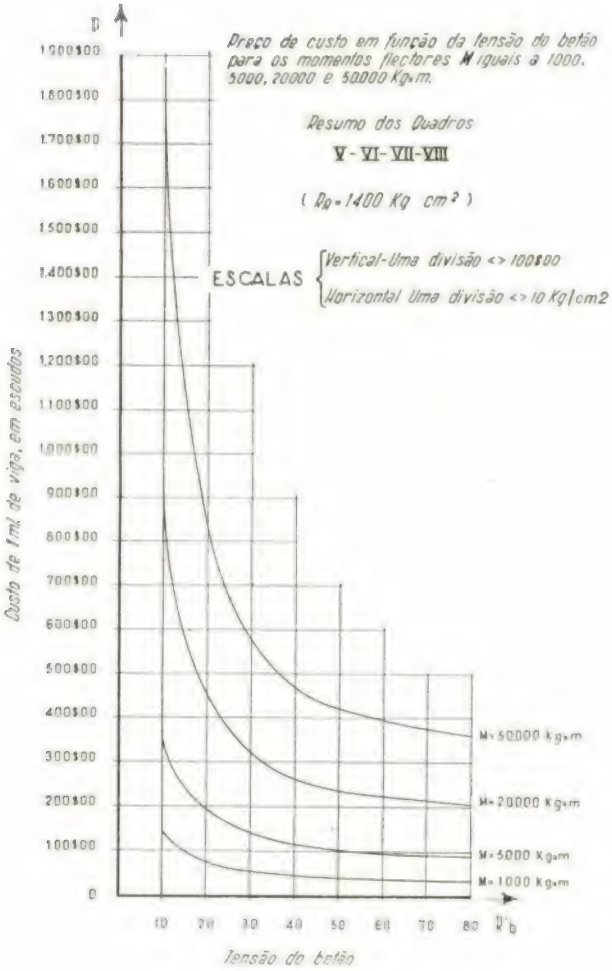
Tipo b = 2 h



ÁBACO N.º 2

Vigas rectangulares

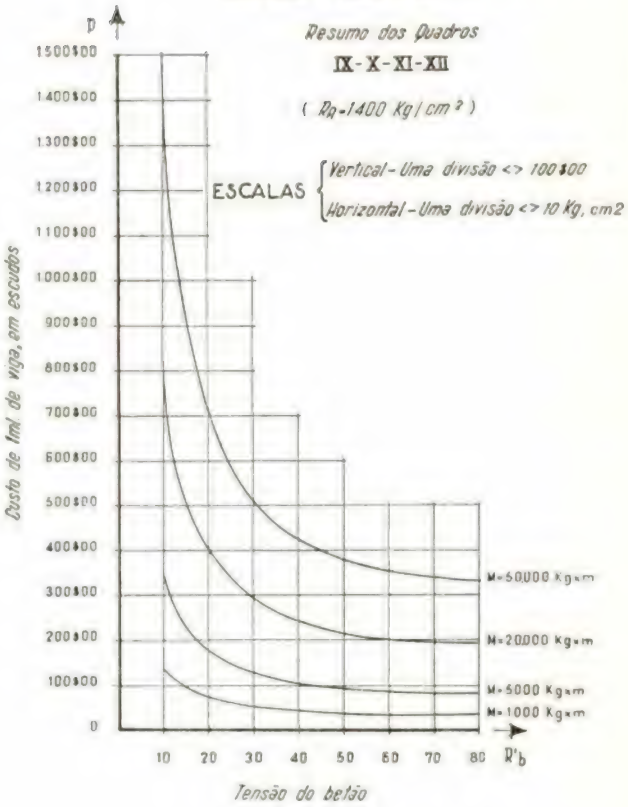
Tipo b = h



ÁBACO N.º 3

Vigas rectangulares

Tipo $b = \frac{2}{3} h$



Conclusões

De acordo com o exposto pode concluir-se:

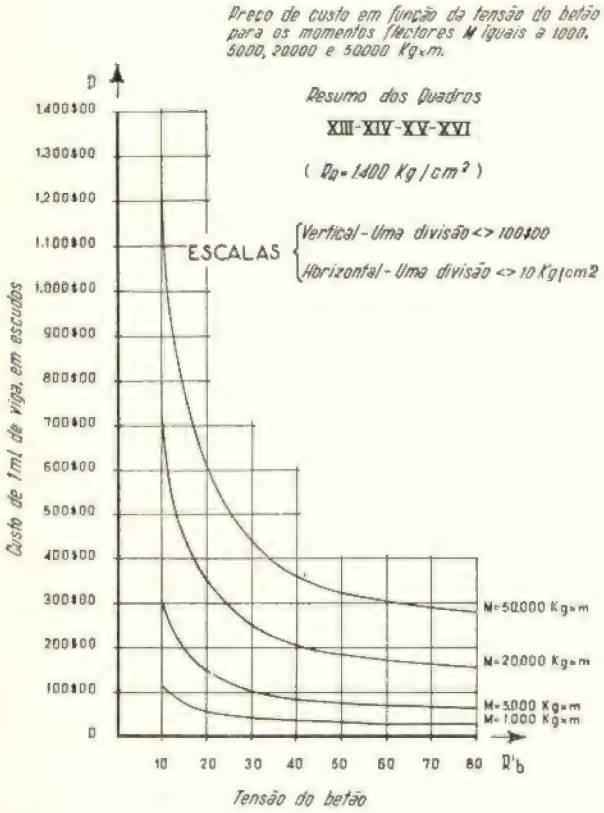
a) Uma viga rectangular de betão armado, seja qual for a relação entre a altura e a largura, é tanto mais económica quanto maior for a tensão de cálculo adoptada para o betão à compressão.

b) Para uma dada tensão do betão à compressão e para um dado momento flector uma viga rectangular é tanto mais económica quanto maior for a relação entre a altura e a largura. Para a tensão do betão de 60 kg/cm² e para um momento flector dado qualquer, tomando como comparação o preço de custo do metro linear de viga em que a largura é metade da altura $\left(b = \frac{1}{2} h\right)$, a viga em que a largura é dupla da altura ($b = 2\,h$) é 60% mais cara do que esta; este valor é respectivamente de 40% e 20% (aproximadamente) nas vigas em que a largura é igual à altura ($b = h$) e em que a largura é $\frac{2}{3}$ da altura ($b = \frac{2}{3}$) Por outras palavras e resumidamente: as vigas baixas ($b = 2\,h$ ou $b = h$) são cerca de 50 % mais caras que as vigas altas, ($b = \frac{1}{2} h$) em igualdade de condições de momento flector e de tensão do betão.

ÁBACO N.º 4

Vigas rectangulares

Tipo $b = \frac{1}{2} h$



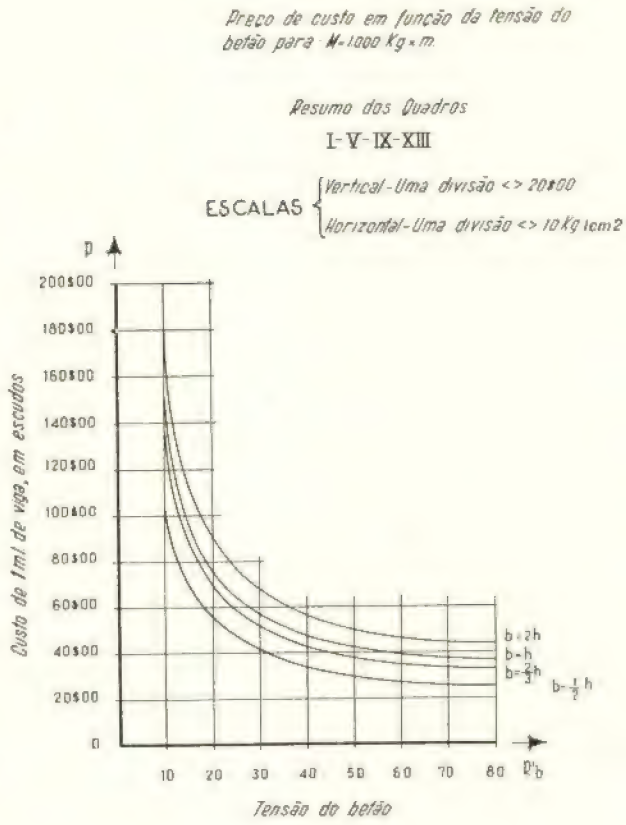
c) Seja qual for a relação entre a altura e a largura duma viga rectangular, e para um dado momento flector aplicado, o seu preço de custo é fortemente variável para tensões de cálculo do betão compreendidas entre 10 e 40 kg/cm². Para limites da tensão compreendidos entre 50 e 80 kg/cm² esse preço de custo é praticamente constante e independente da tensão do betão. Com efeito, seja qual for o tipo de viga rectangular considerado e o momento flector aplicado, tomando como referência o custo dessa viga para a tensão do betão de 80 kg/cm² para a tensão de 50 kg/cm² o custo da mesma viga é apenas de cerca de 15 % mais elevado.

d) Os quadros e os ábacos apresentados, permitem não só calcular aproximadamente

ÁBACO N.º 5

Vigas rectangulares

Tipos $b = 2h$, $b = h$, $b = \frac{2}{3} h$ e $b = \frac{1}{2} h$



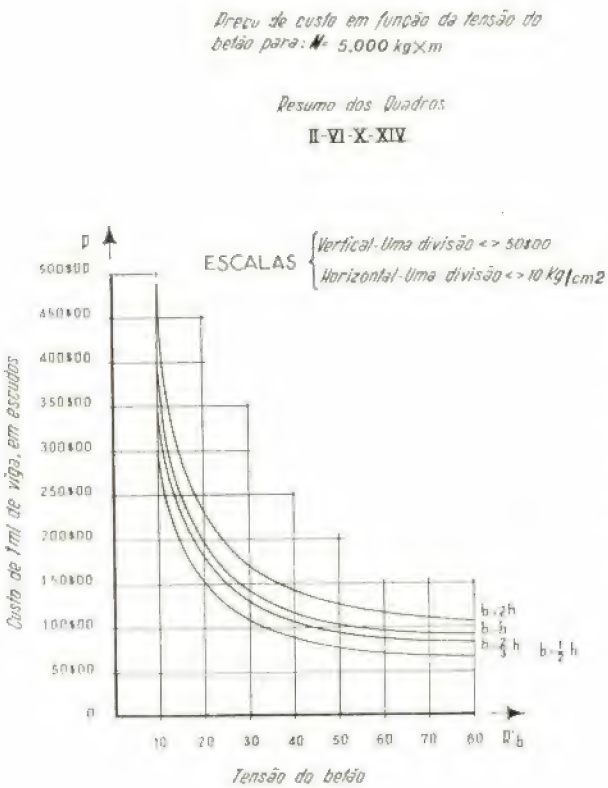
a secção duma viga rectangular em função da tensão adoptada para o betão, como calcular o seu preço de custo por m.l., como também ainda comparar os preços de custo das várias soluções de vigas possiveis, que nem sempre poderão ser as mais económicas (devido a condicionamentos de ordem vária como seja imposição do valor de b, alturas h fixadas à priori, etc.)

e) Para uma dada viga rectangular, um dado momento flector e uma determinada relação entre a largura e a altura da viga, e para tensões do betão compreendidas entre 50 e 80 kg/cm², a secção da armadura tendida Aa, ou o que é pràticamente o mesmo, o consumo de ferro por metro linear de viga é pràticamente proporcional à tensão do betão. Como ordem de grandeza, se considerarmos como referência o consumo de ferro necessário a uma viga, para a tensão

ÁBACO N.º 6

Vigas rectangulares

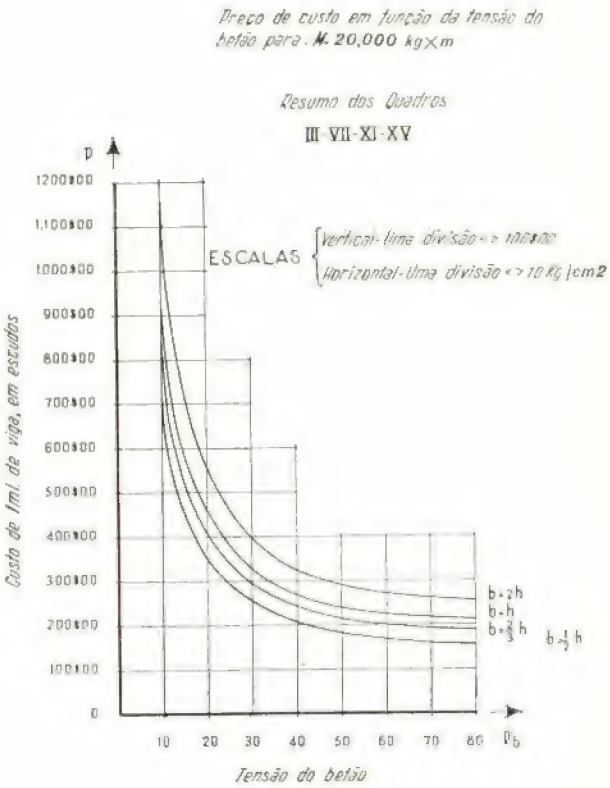
Tipo $b = 2h$, $b = h$, $b = \frac{2}{3}h$ e $b = \frac{1}{2}h$



ÁBACO N.º 7

Vigas rectangulares

Tipos $b = 2h$, $b = h$, $b = \frac{2}{3}h$ e $b = \frac{1}{2}h$



de 50 kg/cm², esse consumo será cerca de 25 % mais elevado para a mesma viga, mas calculada admitindo para o betão a tensão de 80 kg/cm².

f) Se considerarmos como referência o consumo de ferro necessário por m. l. para uma viga rectangular em que $b = \frac{1}{2}h$ (viga alta), em igualdade de tensão do betão adoptada para o cálculo e de momento flector aplicado à viga, esse consumo é respectivamente de cerca de 10 %, 30 % e 60 % mais elevado nas vigas em que respectivamente $b = \frac{2}{3}h$, $b = h$ e $b = 2h$ (vigas baixas).

g) Para um dado momento flector aplicado à viga e para uma dada tensão de cálculo para o betão, as secções altas $\left(b = \frac{1}{2}h \text{ ou } b = \frac{2}{3}h\right)$ necessitam uma secção transversal de betão mais reduzida que as secções baixas ($b = 2h$ ou $b = h$) o que além das vantagens anteriormente apontadas tem ainda a de diminuir o peso próprio das vigas com a consequente economia que se pode obter no cálculo dos pilares de suporte, paredes, fundações, etc. a que elas estejam ligadas.

Com efeito, considerando o seguinte exemplo:

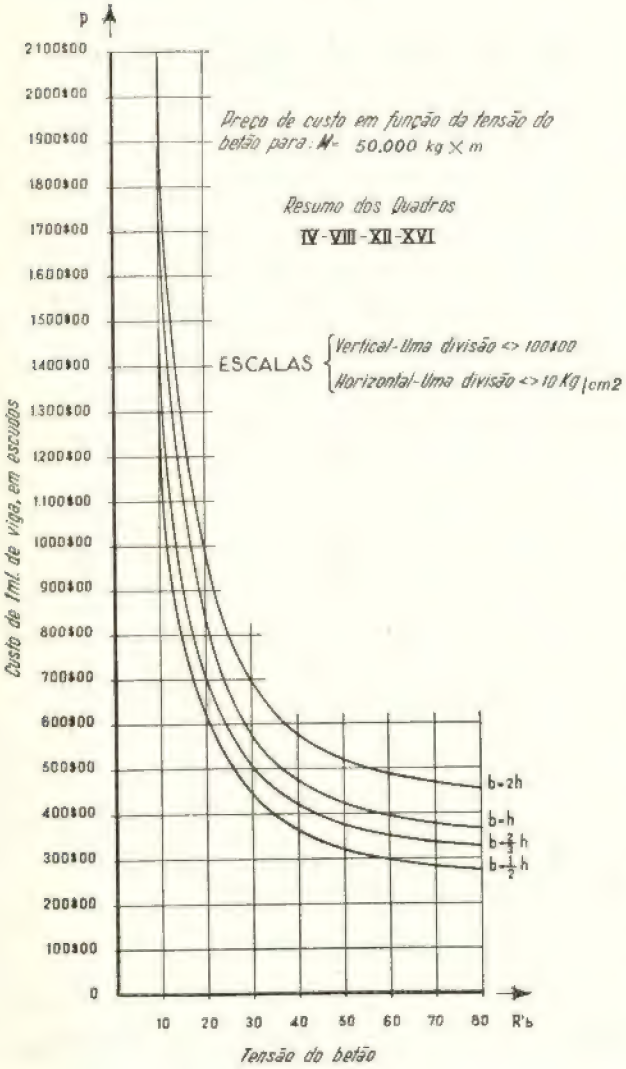
$M = 5.000 \text{ kg} \times \text{m}$, $R'_b = 60 \text{ kg/cm}^2$, para as 4 relações entre a largura e a altura da viga indicadas as secções do betão que satisfazem ao problema são:

$$b = 2h \qquad A'_b = bh = 2h^2 = 2 \times 29^2 = 1.682 \text{ cm}^2$$

ÁBACO N.º 8

Vigas rectangulares

Tipos $b = 2h$, $b = h$, $b = \frac{2}{3}h$ e $b = \frac{1}{2}h$



$b = h \qquad A'_b = bh = h^2 = 37^2 =$

$= 1.369\ cm^2$

$b = \frac{2}{3}h \quad A'_b = bh = \frac{2}{3}h^2 = \frac{2}{3} \times 42^2 =$

$= 1.176\ cm^2$

$b = \frac{1}{2}h \quad A'_b = bh = \frac{1}{2} \times 46^2 =$

$= 1.058\ cm^2$

Neste exemplo se vê pois que, tomando como referência o peso da viga em que $b = \frac{1}{2}h$ os pesos das vigas em que $b = \frac{2}{3}h$, $b = h$ e $b = 2h$ são respectivamente 10 %, 30 %, e 60 % (aproximadamente) mais pesadas que aquela.

h) Para terminar, e sintetizando portanto todas estas considerações, devemos sempre que possível empregar vigas altas (pois que como vimos permitem reduzir muito sensivelmente o consumo de ferro necessário, o que para nós portugueses, visto não sermos produtores desse material, tem grande interesse para a Economia da Nação), calculadas para tensões do betão compreendidas entre 50 e 80 kg/cm² as quais conduzem aos preços por m. l. de viga mais económicos.

Não é demais chamar a atenção para o facto de todas estas considerações serem apenas verdadeiras, se se admitirem para preços unitários do betão, do ferro e da cofragem necessários para a execução da viga os anteriormente indicados, ou mesmo ainda com pequenas variações para mais ou para menos. Nos preços unitários apresentados, a relação entre os preços do m³ de betão e do kg de aço para armaduras é igual a 100. A tendência que se verifica actualmente é no entanto para um aumento dessa relação, mas como fàcilmente se poderá verificar as conclusões apresentadas são tanto mais verdadeiras quanto maior ela for

BIBLIOTECA

PUBLICAÇÕES

Todas as publicações aqui indicadas, são pertença da Biblioteca da A. E. I. S. T.

C. D. 69.003.12

Preços compostos para construção civil

Pelo Eng.º MANUEL TRAVASSOS VALDEZ

149 págs. — 50$00

Selecção Editora, Ltd.ª — Lisboa — 1950

Esta publicação é mais um contributo para o cálculo dos preços de aplicação indispensáveis à elaboração dos orçamentos dos trabalhos de construção civil.

Os elementos necessários para a determinação dos chamados preços compostos encontram-se dispostos em quadro o que em nosso entender torna prática a consulta e utilização.

Porém a sequência de tais quadros encontra-se cortada pela interposição de anúncios de vários fornecedores de materiais e outros que teria sido preferível concentrar no começo e no final do volume.

Sendo muito de apreciar a iniciativa e esforço que representa uma publicação desta índole a sua eficiência só poderá ser devidamente consagrada uma vez conhecidos os resultados práticos obtidos com a aplicação das novas bases.

C. D. 669

Metalurgia

Por E. L. RHEAD

Professor de Metalurgia na Universidade de Manchester e na Escola Tecnológica Municipal

Tradução da 21.ª edição inglesa pelo Eng.º Diaz Varela

412 págs., 184 figs. — 3.ª edição espanhola

Nesta obra do Prof. E. L. Rhead expõem-se de forma muita clara e concisa e sobretudo com óptima clareza didática os vários processos de fabricação dos metais, o estudo das suas ligas e a sua preparação, com resenhas de alguns processos de trabalho.

Completam a obra capítulos sôbre os combustíveis usados nos processos metalúrgicos, sôbre os métodos e a aparelhagem para o contrôle da temperatura de fabricação e também sôbre as provas físico-mecânicas para estudo e contrôle dos metais e suas ligas.

O livro, apresentado com bom aspecto gráfico e que quere ter por si próprio um fim didático e ser um livro de texto para as escolas técnicas apresenta-se muito útil também para os que desejam ter, sem grande profundidade, uma ideia clara e geral sôbre os vários processos de fabricação, sem necessidade de recorrer por cada metalurgia especial às várias obras existentes no campo da literatura metalúrgica.

A. B.

C. D. 53 + 54 (083.5)

Tablas de Constantes Fisicas e Quimicas

Por KAYE E LAVY

Libreria Dossat

1913 — Págs. 153

C. D. 536.7

Termodinámica

Por CARLOS DE ORDUÑA

1924 — Págs. 148

C. D. 532.57

Radioactive tracers in flow tests

Por RALPH S. ARCHIBALD

Department of engineering (Havard University)

1950 — Vol. I — Págs. 116

C. D. 621.315 05

Cálculo Mecánico de lineas Eléctricas

Por GONZALEZ - del VALLE

1943 — Págs. 47

C. D. 621.396

La Radio?... pero si es muy fácil!

Por E. AISBERG

1949 — Págs. 156

C. D. 624.014

Estudio y construccion de Estruturas Metálicas

Por DOMINGO MENDIZÁBAL

1932 — Vol. I — Págs. 576

C. D. 624 04

Análisis de estructuras continuas

Por JOSÉ SOTO BURGOS

Escuela Especial de Ingeniros Industriales

1942 — Vol. I — Págs. 265

C. D. 624.07-0124

Estructuras continuas de hormigon armado

Por HARDY CROSS e D. NEWLIN MORGAN

Editorial Dossat S. A.

1946 — Vol. I — Págs. 478

C. D. 624.041.2

Método de reducciones sucesivas para la resolución de sistemas hiperestáticos de grado superior

Por ENRIQUE BUTTY

Revista de Obras Públicas

1929 — Págs. 103

C. D. 624.072.32

Nuevos Métodos

Tomo I — El Pórtico Múltiple

Tomo II — El Arco Elástico

Por STRASSNER

Escuela Especial de Ingenieros de Camiños, Canales y Puertos

1942 — Vol. 2 — Págs. 157 + 184

C. D. 624.072.322

Cálculo Tabular de Arcos Empotrados

Por ALBERTO VIADER MUÑOZ

Revista de Obras Públicas

1943 — Págs. 191

C. D. 628 (09)

Sanitary engineering in a changing world

Por GORDON M. FAIR

Department of engineering (Havard University)

1950 — Págs. 16

REVISTAS

		C. D.
Aeroplane (The), n.os 2032 a 2035	Inglaterra	629.13
Agros, n.os 4-5-6, 1949	Portugal	631
Aircraft Engineering, n.º 255	Inglaterra	629.13
Anais do Instituto Superior de Agronomia, volume XVI	Portugal	631.(05)
Arquitectura, n.os 33-34	Portugal	72
Arquitecto Constructor (El), n.º 695	Argentina	72
Arquitectura Portuguesa, n.º 159	Portugal	72
Asea Journal, n.os 8-9 de 1949, e 3-4 de 1950	Suécia	621.3
Asea-Revue, n.os 4-5		621.3
Boletim da Comissão de Fiscalização das Águas de Lisboa, n.º 30, 1949	Portugal	628.1
Boletim da Junta de Exportação, n.º 6	Angola	382.6 (673)
Boletim da Junta Nacional da Cortiça, n.º 137	Portugal	634.985.5
Boletim Mensal de Informação do Laboratório de Engenharia Civil, n.os 13 e 14	Portugal	025.45:0/6:62+66/69
Boletim da M. P., n.º 2, 1950	Portugal	363
Brotéria, fasc. 6	Portugal	1/3+7/8
Bulletin Technique de la Suisse romande, n.os 10 e 11	Suíça	624/628+72
Boletim Trimestral de Estatística da Colónia de Cabo Verde, n.º 2	Portugal	
Building Digest, n.º 6, 1950	Inglaterra	72
Bulletin du Congrés des Chemins de Fer, n.º 5, 1950	Bélgica	385
Cemento y Hormigón, n.º 194	Espanha	666.9
Civil Engineering, n.º 527	Inglaterra	624/628
Ciencia y Tecnica, n.º 575	Argentina	62+66/69
Compressed Air Magazine, n.º 5, 1950	E. U. A.	621.5
Dyna, n.º 5, 1950	Espanha	62+66/69
Electricité, n.º 161	França	621.3
Engenheiro Westinghouse (O), Junho, 1950	E. U. A.	621.3
Engineering, n.os 4398 a 4402	Inglaterra	62+66/69
Estudos (C. A. D. C.), n.º 286	Portugal	1/2+8
Estudos, Notas e Trabalhos do Serviço de Fomento Mineiro, vol. IV, fasc. 1-2, 1949	Portugal	622
Excavating Engineer, Maio, 1950	E. U. A.	624.1
Ferrocanales, n.º 28, tomo XIX, (3-1950)	México	625.1/6
Gazeta dos Caminhos de Ferro, n.º 1499	Portugal	385
Houille Blanche (La), n.º 2, 1950	França	626
Indústria do Norte (A), n.os 363-364	Portugal	62+66/69
Indústria Portuguesa, n.º 265	Portugal	62+66/69
Informaciones Iram, n.os 11-12	Argentina	389.6
Ion, n.º 105	Espanha	66
Máquinas e Metais, n.º 53, 1950	Portugal	621.9+546.3

		C. D.
Mensário das Casas do Povo (S. N. I.), n.º 48	Portugal	(05) (061)
Objectiva, 9 números	Portugal	77
Ossature Metalique, n.º 5 1950	Bélgica	624.014
Proelium		623
R C A Review, n.os 2 e 3, de 1949 e n.º 1, de 1950	E. U. A.	621.396
Revista de Artilharia, n.º 299	Portugal	623
Revista do Clube de Engenharia, n.º 163	Brasil	62+66/69
Revista de Economia, volume III (Fasc. 1)	Portugal	
Revista Electrotécnica, n.º 5, 1950	Argentina	621.39
Revista Industrial y Fabril, n.º 43	Espanha	62+66/69
Revista de Obras Públicas, n.os 2820 e 2821	Espanha	624/628
Revista da Ordem dos Engenheiros, n.os 75 e 76	Portugal	62+66/69
Revue Brown Boveri, n.º 12, 1949	Suíça	621.3
Rivista del Catasto e dei Servizi Tecnici Erariali, n.º 3, 1949	Itália	526(45)
Science et Vie, n.os 392 e 393	França	5+6
Seara Nova, n.os 1158-59 a 1164-65	Portugal	3+7/8
Société Belge d'Études & d'Expansion, Bulletin Bimestrel, n.os 136 a 140	Béglica	
Suissa Tecnica, n.º 1, 1950	Suíça	62+66/69
Técnica Brown-Boveri, n.os 1 e 2, de 1949	Suíça	621.3
Universidad de San Carlos, vol. XII e XIII	Guatemala	378(062)
Vértice, n.os 79 a 81	Portugal	1/3+7/8
Voz de S. Tomé (A), Abril de 1950	Portugal	

FICHEIRO

Física

C. D. 531.25

Cálculo del pórtico de Vierendeel simétrico — *Axel Efsen.*

Ciencia y Tecnica, Maio 1950, vol. 114, n.º 575, págs. 207/216.

C. D. 532.5

Aplicaciones del aparato de Hele-Shaw — *Armando Balloffet.*

Ciencia y Tecnica, Maio 1950, vol. 114, n.º 575, págs. 191/206.

Máquinas Eléctricas

C. D. 621.313.2

El generador «Metadync» al servicio de la industria — *Bentall.*

Revista Electrotecnica, 5-950, vol. 53, págs. 195/208.

Distribuição de energia eléctrica

C. D. 621.314

Sobre el cálculo de la regulación en transformadores — *Tomás F. Lynch.*

Revista Electrotecnica, 5-950, pág. 5.

C. D. 621.316.26

Projecto de Alteração do capítulo VI (ligações à Terra) do Regulamento de Subestações e Postos de Transformação — *José Nascimento Ferreira Dias Júnior.*

Revista da Ordem dos Engenheiros, 4-950, n.º 76, págs. 165/180.

Electrónica

C. D. 621.385

Les tubes a Gaz — *Raymond et Vauthieu.*

Electricité, Maio 1950, n.º 161, págs. 119/126.

Engenharia civil

C. D. 624.155

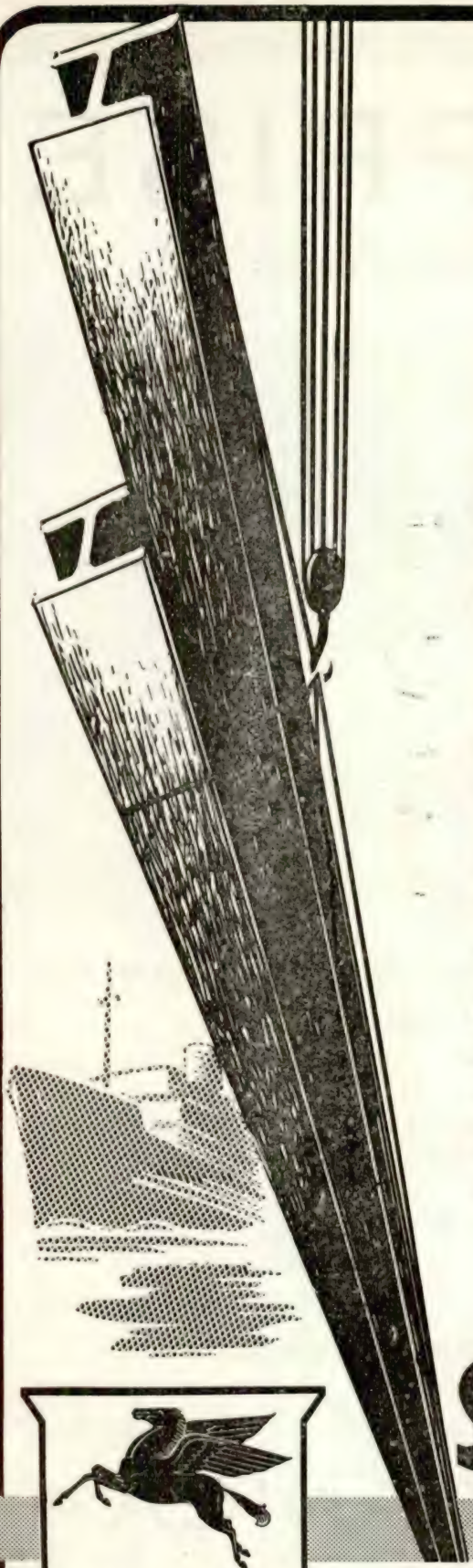
Perforaciones de gran diâmetro — *Carlos Gascuñana Martin.*

Cemento y Hormigón, 5-950, vol. XVI, n.º 194, págs. 138/144.

C. D. 624.157.1

Novo tipo de carreira para lançamento de caixões para obras portuárias e pilares de pontes — *Moraes Vieira.*

Revista do Clube de Engenharia, 3-950, n.º 163, págs. 61/65.



CONTRA A FERRUGEM CONTRA O VERDETE

CONTRA A OXIDAÇÃO DE TODOS OS METAIS, OPONHA UMA DEFESA EFICIENTE

Para que os objectos metálicos se não deteriorem, importa protegê-los com um revestimento preventivo, transparente e quase impalpável, como que uma película de grande resistência.

A TABELA DE RECOMENDAÇÕES DOS S/V SOVA--KOTES indica o tratamento adequado para qualquer stock metálico, conforme a sua exposição, a sua qualidade ou o seu manuseamento.

Os S/V Sova-Kotes são produtos largamente empregados para proteger as peças metálicas durante a fabricação, montagem ou inspecção.

S/v SOVA-KOTE

Anti-ferrugem

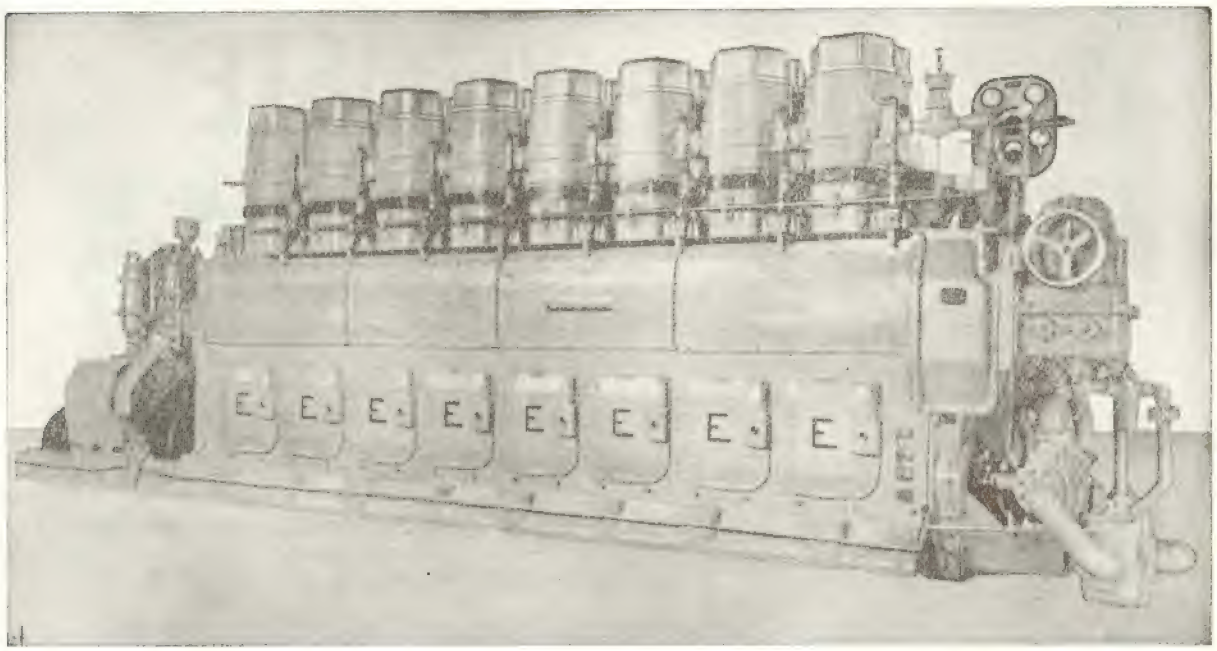
SOCONY-VACUUM

UMA SEGURA PROTECÇÃO, PROLONGA A DURAÇÃO

SOCONY-VACUUM 2227

ENTERPRISE

ENGINE & FOUNDRY COMPANY — U. S. A.



MOTORES DIESEL MARÍTIMOS — MOTORES DIESEL ESTACIONÁRIOS

GRUPOS DIESEL-GERADOR

45 a 2100 HP — **200 a 850 RPM** — **3 a 8 cilindros**

- Bloco de cilindros fundido numa só peça.
- Base fundida numa só peça.
- Camisas em contacto directo com a água.
- Cabeças de cilindro individuais.
- Cambota em aço forjado.
- Tirantes em aço forjado, Tipo marítimo.
- Bombas de injecção individuais.
- Válvulas em aço « SILICHROME »
- Lubrificação forçada.
- Balanceiros com sistema hidráulico para eleminação de folga.
- Válvula de arranque em todos os cilindros.
- Com ou sem sobre-alimentação.

CONSTRUÇÃO ROBUSTA — SERVIÇO CONTÍNUO — ECONOMIA

REPRESENTANTES:

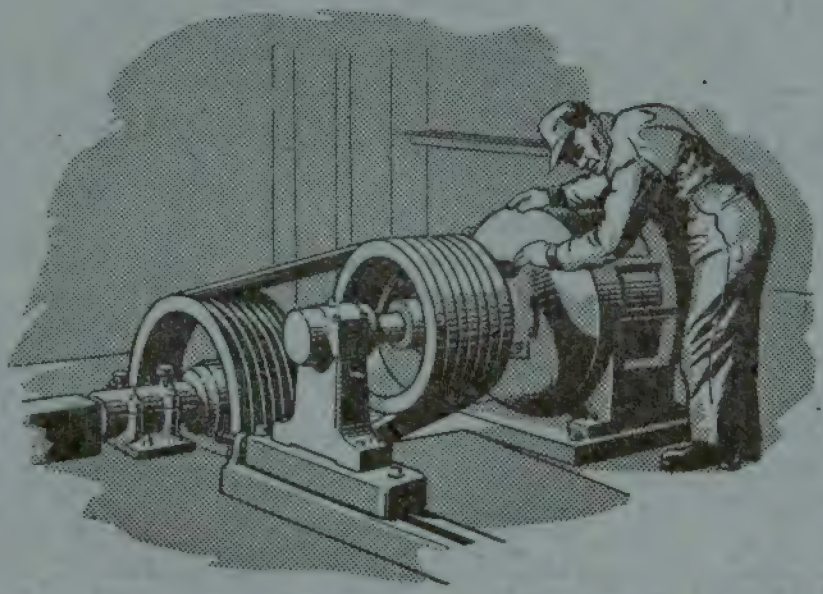
• TERMO-MECANICA •

LIMITADA

AVENIDA ALMIRANTE REIS, 247, 1.º — **LISBOA**

ALLIS-CHALMERS

O Fabricante da mais vasta linha de Equipamento Industrial do Mundo

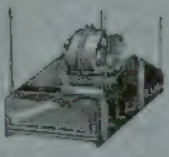


Motores

Centrais

Sub-estações

Transformadores



Crivos vibrantes

Motores e correias para rendimento máximo

Os motores ALLIS-CHALMERS, famosos pela sua segurança e baixo custo de funcionamento, podem obter-se em tipos desde um CV em diante, incluindo modelos especiais à prova de gotas de água e à prova de explosões.

As correias trapezoidais TEXROPE são fabricadas em todas as medidas usuais, assim como os tambores TEXROPE, de gornes simples ou múltiplos, afastamento variável e em modelos especiais de variação rápida.

Com os motores ALLIS-CHALMERS e as correias TEXROPE consegue-se uma combinação perfeita que significa o máximo rendimento das suas máquinas.

QUANDO SE TRATE DE MAQUINARIA, QUEIRA CONSULTAR-NOS

Temos à sua disposição uma grande variedade de equipamentos ALLIS-CHALMERS para muitas indústrias. Todos eles correspondem às mais modernas e severas normas da técnica de construção. As suas consultas receberão a nossa pronta atenção.

ESTABELECIMENTOS HEROLD, LIMITADA

Rua dos Douradores, 7 Lisboa Telef. 24221/3

WORTHINGTON

A MAIOR ORGANIZAÇÃO MUNDIAL NO FABRICO DE:

Bombas de todos os tipos dos quais estão instaladas em Portugal unidadés de potência superior a 3.000 HP.

Para entrega imediata: Bombas para trasfega de azeite e outros óleos, Grupos Moto-Bombas Diesel e a petróleo, Grupos Electro-Bombas.

Compressores de ar de todas as potências, desde a pequena unidade para garagens até às maiores unidades industriais.

Instalações Frigoríficas
Turbinas de Vapor e Turbo Geradores
Motores Diesel e Grupos Electrogénios

ENTREGAS RAPIDAS

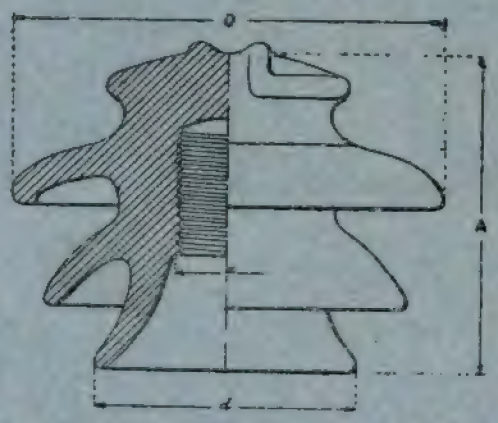
Fábricas na:
América, Inglaterra, França e Espanha

Representantes exclusivos
H. VAULTIER & C.ª
Em toda a parte do Império Português

Fábrica de Porcelana da Vista Alegre, L.da

FUNDADA EM 1824

LISBOA — Sede: Largo da Biblioteca, 17 — Fábrica em Ilhavo — AVEIRO



Além de porcelanas domésticas e artísticas fabrica em larga escala

PORCELANAS PARA USOS INDUSTRIAIS

E PORCELANAS ELÉCTRICAS DE BAIXA E ALTA TENSÃO

DEPOSITOS:

LISBOA — Largo do Chiado, 18 — Rua Cândido dos Reis — PORTO

CUMMINS

A FORÇA por trás da MAQUINA

«Cummins Dependable Diesel», em todas as potências desde 84 a 550 B. H. P., proporcionam força económica em todos os fins industriais, marítimos e ferroviários.

Mais de 150 fabricantes de equipamentos de remoção de terras e de veículos, incluindo a «Euclid Road Machinery C.°» e a «Marion Power Shovel C.°», adoptaram os motores Diesel Cummins como força digna de confiança.

Um serviço de primeira categoria após vendas é proporcionado a todos os motores Diesel Cummins por

BLACKWOOD HODGE (PORTUGAL) LIMITADA

PRAÇA DA ALEGRIA, 58

LISBOA

TELEFONES: 3 2064 — 3 2065

Inglaterra, E. U. A., Espanha, África do Sul, África Oriental, África Ocidental, Rodésia do Norte e do Sul, Congo Belga, Angola, Moçambique, Índia, Paquistão, Ceilão, Burma, Austrália

Standard Electrica

ASSOCIADA

DA

INTERNATIONAL TELEPHONE AND TELEGRAPH CORP

- EQUIPAMENTOS PARA TODOS OS GÉNEROS DE COMUNICAÇOES ELÉCTRICAS por rádio e por circuitos metálicos.
- EQUIPAMENTOS DE TODAS AS POTÊNCIAS PARA RADIODIFUSÃO E TELEVISAO.
- GRANDES E PEQUENAS CENTRAIS TELEFONICAS, manuais e automáticas.
- TODO O GÉNERO DE APARELHAGEM MANUAL E AUTOMÁTICA para instalações telefónicas e telegráficas.
- FORNOS ELÉCTRICOS desde pequenas potências, com aquecimento por correntes de radiofreqüência.
- SISTEMAS PATENTEADOS, DE ANTENAS de alta eficiência.
- CABOS DE TODOS OS TIPOS para comunicações em tôdas as freqüências e para transporte de energia.

Telefone 2 3111/2/3 Rua Augusta, 27 LISBOA

AZEVEDO & PESSI, L.DA

RUA NOVA DO ALMADA, 46

LISBOA — PORTUGAL

TELEGRAMAS: PESSIL-LISBOA — TELEFONES: 29879-24495-20354

MÁQUINAS, EQUIPAMENTO, INSTALAÇÕES

Representantes de:

EMILE HAEFELY & C.le S. A. — Basileia — Suíça
Transformadores de potência e medida, Condensadores estáticos, Rebobinagem de máquinas eléctricas, Material isolante

SPRECHER & SCHUH, S. A. — Aarau — Suíça
Aparelhagem eléctrica, Disjuntores-Ortojectores

MEIDINGER, S. A. — Basileia — Suíça
Motores e ventiladores eléctricos

BAUME & MARPENT, S. A. — Haine St. Pierre — Bélgica
Material de caminhos de ferro, Pontes, Gasómetros

HEINRICH FLOTTMANN G. m. b. H. — Herne — Alemanha
Equipamento perfurador, Demolidores, Compressores, Martelos

BERKEFELD FILTER GESELLSCHAFT, m. b. H. — Celle — Alemanha
Filtros para água, vinho, óleos, Instalações de depuração e amaciamento de água, desferrização

ESCH-WERKE K. G. — Duisburgo — Alemanha
Britadoras, trituradoras, instalações de tratar pedras

W. HARTMANN & C° — Hamburg — Alemanha
Escavadoras, transportadores de fita, Scrapers, Vagonetas, Carris, Aços

THEODOR TILEMANN K. G. — Gevelsberg — Alemanha
Cabos de aço, cadeias, correntes

COMPANHIA PORTUGUESA DO COBRE, S. A. R. L. — Contumil — Porto
Cobre, latão, alumínio e respectivas ligas

FUNDIÇÃO E CONSTRUÇÃO MECÂNICAS

S. A. R. L.

OEIRAS

Uma grande organização na «Indústria Metalúrgica e Metalomecânica nacional»

Com **Fábrica** onde se produz:

Fundição de ferro, Ferros Ligas e Metais, Esmaltes — Esmaltagem

OFICINAS DE SERRALHARIA E FORJAS

Alguns artigos de série:

Banheiras de ferro fundido esmaltado — Todos os artigos sanitários para casa de banho e cozinha — Caldeiras e radiadores para aquecimento central — Salamandras — Fogões e fogareiros a gás — Fogões a lenha e carvão — Escadas e escadotes — Tábuas de engomar — Material para construção civil (aros para claraboias, sifões de pátio, ventiladores, portinholas, olhos de boi, autoclismos, etc.) — Bancos de jardim — Candeeiros para iluminação pública, etc

PROJECTOS, ORÇAMENTOS E EXECUÇÃO DE INSTALAÇÕES E AQUECIMENTO CENTRAL

Vendas directas ao comércio da especialidade

Telef. Oeiras { Administ. 156 / P. B. X. 126/127

Teleg. Fundição — OEIRAS

Correio: Apartado 711
LISBOA — CENTRAL

SECÇÃO DE AQUECIMENTO

Av. António Augusto de Aguiar, 7-A

Telefone 4 1110

Fábrica Nacional de Condutores Eléctricos, L.da

VENDA NOVA — AMADORA

●

CONDUTORES ELÉCTRICOS

CEL

Fabricados pela indústria nacional segundo as Normas de segurança das instalações de Baixa Tensão

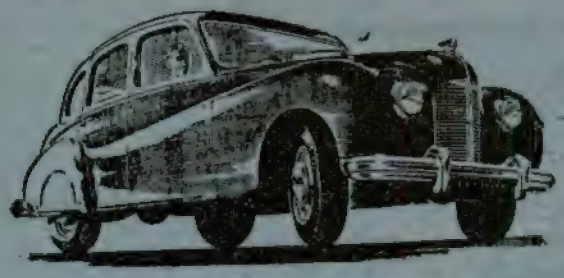
●

CONCESSIONÁRIOS GERAIS:

SODIL — Sociedade Distribuidora, L.da

R. NOVA DA TRINDADE, 15-C

LISBOA



AUSTIN "A 70,,

"AUSTIN,, EXCEDE TODA A ESPECTATIVA
"AUSTIN,, É UMA OBRA PRIMA DE ENGENHARIA
"AUSTIN,, É PARA OS CONHECEDORES

MODELOS "A 40,, E "A 70,, IDEAIS
PARA SERVIÇO DOS ENGENHEIROS

DISTRIBUIDORES GERAIS
J. J. GONÇALVES, SUCRS.
LISBOA PORTO
AGENTES EM TODOS OS DISTRITOS

CONSTRUÇÕES TÉCNICAS, LIMITADA
PRAÇA DO MUNICÍPIO 13, 3.º
TELEF. 22344
LISBOA

FUNDAÇÕES

CRAVAÇÃO DE ESTACAS PARA FUNDAÇÃO
DE SILOS DA C.ª «CIMENTO TEJO»

MÁRMORES

aos melhores preços
Em todas as aplicações

IIII

A MAIOR PRODUÇÃO DO PAÍS

IIII

Pedidos à

Sociedade dos Mármores de Portugal, L.da

Rua de S. Domingos de Benfica, 63

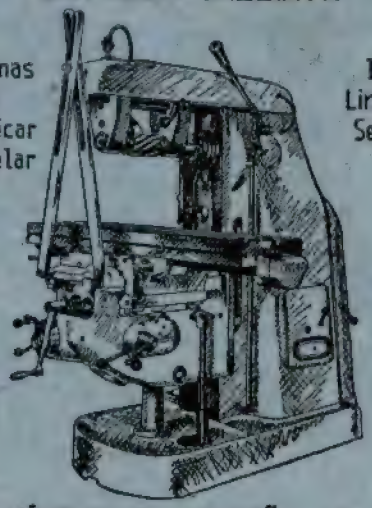
LISBOA

MÁQUINAS DE FRESAR UNIVERSAIS

ENTREGA IMEDIATA

Máquinas de Rectificar Escatelar

Tornos Limadores Serrotes Etc.



MÁQUINAS DE PRECISÃO, LDA.
Rua da Boavista 49-II

Agentes no Porto
BARBOSA & CARVALHO, LDA.
Rua José Falcão, 61

Antes de efectuar o seu Seguro de Vida

Consulte

LA EQUITATIVA

(FUNDACIÓN ROSILLO)

Delegação de Portugal:

Av. da Liberdade, 223 — LISBOA

A mais moderna Apólice do mercado português:

Participação nos lucros — Juros «Post-Mortem» — Empréstimos sem juros (em alguns casos especiais) — Consulta médica anual gratuita — Duplo capital no caso de morte por acidente — Renda anual de 12 % do capital seguro no caso de invalidez — Isenção do pagamento de prémios no caso de invalidez.

INGERSOLL-RAND, L.DA

Compressores — Material para minas

Ferramentas Pneumàticas

Bombas centrífugas — Guinchos eléctricos e a ar comprimido

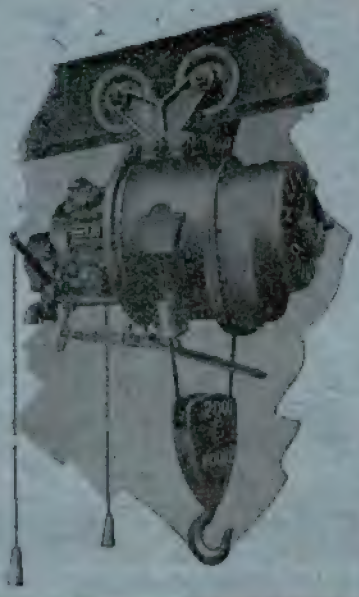
Condensadores de vapor — Motores «Diesel»

Equipamentos de refrigeração

Largo do Corpo Santo, 28-2.º

LISBOA

Telef. 2 9671 Teleg. INGERSOLL



Para equipamento de garagem

C. SANTOS, LDA.

LISBOA PORTO COIMBRA

No Porto

RUA S. CATARINA, n.º 160-3.º

Telefones 2 6997/98

Nas Colónias

METROCOL, LDA.

LUANDA

Fábrica Portugal

S. A. R. L.

LISBOA

MOBILIÁRIO METÁLICO

EM TODOS OS GÉNEROS

Instalações completas para :

Mobiliário moderno
para

ESCRITÓRIOS
ESCOLAS
BIBLIOTECAS

CLÍNICAS
HOSPITAIS
SANATÓRIOS
CINEMAS
HOTÉIS
ESPLANADAS

SALAS DE EXPOSIÇÕES :

Rua Febo Moniz, 2 a 20 — Praça dos Restauradores, 49 a 57

Avenidas da República e Elias Garcia — Rua da Graça, 82 e 84

ACABA DE APARECER

FORMULÁRIO
DE
MATEMÁTICAS GERAIS

Pelos Eng.os *Fernando Jácome de Castro*
Afonso Rodrigues J. Fernandes

Livro de grande utilidade para técnicos, matemáticos e estudantes

contendo

MATEMÁTICAS ELEMENTARES
GEOMETRIA ELEMENTAR
TRIGONOMETRIA PLANA
ELEMENTOS DE ANÁLISE E ÁLGEBRA SUPERIOR
GEOMETRIA ANALÍTICA
GEOMETRIA NO ESPAÇO
RESOLUÇÃO GRÁFICA DE EQUAÇÕES

Preço 60$00

(Desconto de 10 % aos nossos assinantes)

EDIÇÃO DA TÉCNICA

Emprêsa de Sondagens e Fundações

TEIXEIRA DUARTE, L.DA

RUA DA BETESGA, 57. 3.°
TELEF. 3 2774

LISBOA

SOCIEDADE ANÓNIMA

BROWN, BOVERI & CIE.

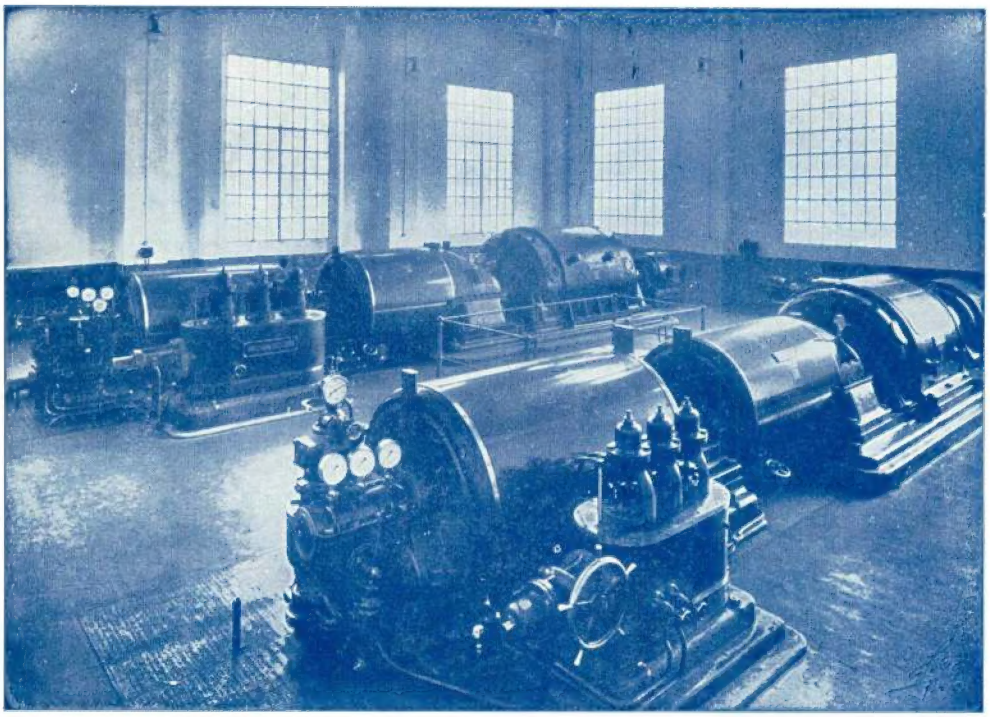
BADEN (SUISSA)

Representante geral para Portugal e Colónias:

EDOUARD DALPHIN

Escritório Técnico: Praça de D. João I, 25, 3.º Dir. // PORTO // Tel. 2411

Máquinas eléctricas, transformadores, mutadores, aparelhos para alta e baixa tensão. Montagem completa de centrais termo e hidro-eléctricas. Electrificação de fábricas e de caminho de ferro. Locomotivas, e auto-motoras eléctricas e Diesel-eléctricas. Máquinas de extracção. Turbinas a vapor. Geradores de vapor Velox. Máquinas frigoríficas. Grupos e transformadores para a soldadura pelo arco. Fornos eléctricos. Comandos eléctricos especiais para tôdas as máquinas utilizadas nas Fábricas de Fiação, Tecelagem, Acabamentos, Estamparia, Cimento, Moagem, Material de alta frequência, Telegrafia, Telefonia, Telecomando, etc.



S. A. União Eléctrica Portuguesa — Setúbal
Turbo-grupos de 6.400 kW